Линейное уравнение тренда имеет вид y = bt + a

**1. Находим параметры уравнения методом наименьших квадратов**.

Система уравнений МНК:

an + b∑t = ∑y

a∑t + b∑t2 = ∑y∙t

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| t | y | t2 | y2 | t y |
| 1 | 1325 | 1 | 1755625 | 1325 |
| 2 | 1384 | 4 | 1915456 | 2768 |
| 3 | 1411 | 9 | 1990921 | 4233 |
| 4 | 1399 | 16 | 1957201 | 5596 |
| 5 | 1359 | 25 | 1846881 | 6795 |
| 6 | 1404 | 36 | 1971216 | 8424 |
| 7 | 1351 | 49 | 1825201 | 9457 |
| 28 | 9633 | 140 | 13262501 | 38598 |
| Ср.знач. | 1376.143 | 20 | 1894643 | 5514 |

Для наших данных система уравнений имеет вид:

7a + 28b = 9633

28a + 140b = 38598

Из первого уравнения выражаем a и подставим во второе уравнение

Получаем a = 1366.714, b = 2.357

Уравнение тренда:

Эмпирические коэффициенты тренда *a* и *b* являются лишь оценками теоретических коэффициентов βi, а само уравнение отражает лишь общую тенденцию в поведении рассматриваемых переменных.

Коэффициент тренда b = 2.357 показывает среднее изменение результативного показателя (в единицах измерения *у*) с изменением периода времени *t* на единицу его измерения. В данном примере с увеличением *t* на 1 единицу, *y* изменится в среднем на 2.357.

**Ошибка аппроксимации**.

Оценим качество уравнения тренда с помощью средней относительной ошибки аппроксимации.

Ошибка аппроксимации в пределах 5%-7% свидетельствует о хорошем подборе уравнения тренда к исходным данным.

Поскольку ошибка меньше 7%, то данное уравнение можно использовать в качестве тренда.

Для определения размеров погрешности или точности прогноза показателя Y рассчитаем коэффициент несоответствия Тейла по формуле:

Этот показатель изменяется от 0 до 1. Чем ближе его значение к нулю, тем лучше результаты прогнозирования.

Средние значения

Дисперсия

Среднеквадратическое отклонение

**Коэффициент эластичности**.

Коэффициент эластичности представляет собой показатель силы связи фактора *t* с результатом *у*, показывающий, на сколько процентов изменится значение *у* при изменении значения фактора на 1%.

Коэффициент эластичности меньше 1. Следовательно, при изменении t на 1%, Y изменится менее чем на 1%. Другими словами - влияние t на Y не существенно.

**Эмпирическое корреляционное отношение**.

Эмпирическое корреляционное отношение вычисляется для всех форм связи и служит для измерение тесноты зависимости. Изменяется в пределах [0;1].

η = = = 0.159

где

В отличие от линейного коэффициента корреляции он характеризует тесноту нелинейной связи и не характеризует ее направление. Изменяется в пределах [0;1].

Связи между признаками могут быть слабыми и сильными (тесными). Их критерии оцениваются по шкале Чеддока:

0.1 < η < 0.3: слабая;

0.3 < η < 0.5: умеренная;

0.5 < η < 0.7: заметная;

0.7 < η < 0.9: высокая;

0.9 < η < 1: весьма высокая;

Полученная величина свидетельствует о том, что изменение временного периода t не существенно влияет на y.

**Коэффициент детерминации**.

т.е. в 2.54% случаев t влияет на изменение y. Другими словами - точность подбора уравнения тренда - низкая.

Для оценки качества параметров уравнения построим расчетную таблицу (табл. 2)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | y | y(t) |  | (yi-y(t))2 | (yi-y(t)) : yi |
| 1 | 1325 | 1369.071 | 2615.592 | 1942.291 | 0.0333 |
| 2 | 1384 | 1371.429 | 61.735 | 158.041 | 0.00908 |
| 3 | 1411 | 1373.786 | 1215.02 | 1384.903 | 0.0264 |
| 4 | 1399 | 1376.143 | 522.449 | 522.449 | 0.0163 |
| 5 | 1359 | 1378.5 | 293.878 | 380.25 | 0.0143 |
| 6 | 1404 | 1380.857 | 776.02 | 535.592 | 0.0165 |
| 7 | 1351 | 1383.214 | 632.163 | 1037.76 | 0.0238 |
|  |  | 9633 | 6116.857 | 5961.286 | 0.14 |

**2. Анализ точности определения оценок параметров уравнения тренда**.

Дисперсия ошибки уравнения.

где m = 1 - количество влияющих факторов в модели тренда.

Стандартная ошибка уравнения.

**Интервальный прогноз**.

Определим среднеквадратическую ошибку прогнозируемого показателя.

Uy = yn+L ± K

где

L - период упреждения; уn+L - точечный прогноз по модели на (n + L)-й момент времени; n - количество наблюдений во временном ряду; Sy - стандартная ошибка прогнозируемого показателя; Tтабл - табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости α и для числа степеней свободы, равного *n-2*.

По таблице Стьюдента находим Tтабл.

Tтабл (n-m-1;α/2) = (4;0.05) = 3.163

Точечный прогноз, t = 8: y(8) = 2.357∙8 + 1366.714 = 1385.57

1385.57 - 143 = 1242.57 ; 1385.57 + 143 = 1528.57

Интервальный прогноз:

t = 8: (1242.57;1528.57)

Точечный прогноз, t = 9: y(9) = 2.357∙9 + 1366.714 = 1387.93

1387.93 - 155.83 = 1232.1 ; 1387.93 + 155.83 = 1543.76

Интервальный прогноз:

t = 9: (1232.1;1543.76)

**3. Проверка гипотез относительно коэффициентов линейного уравнения тренда**.

1) t-статистика. Критерий Стьюдента.

По таблице Стьюдента находим Tтабл

Tтабл (n-m-1;α/2) = (5;0.025) = 3.163

Статистическая значимость коэффициента a не подтверждается..

Статистическая значимость коэффициента b подтверждается..

*Доверительный интервал для коэффициентов уравнения тренда*.

Определим доверительные интервалы коэффициентов тренда, которые с надежность 95% будут следующими:

(b - tнабл Sb;b + tнабл Sb)

(2.357 - 3.163∙6.525; 2.357 + 3.163∙6.525)

(-18.28;23)

Так как точка 0 (ноль) лежит внутри доверительного интервала, то интервальная оценка коэффициента *b* статистически незначима.

(a - tнабл Sa;a + tнабл Sa)

(1366.714 - 3.163∙29.182; 1366.714 + 3.163∙29.182)

(1274.41;1459.02)

2) F-статистика. Критерий Фишера.

Коэффициент детерминации.

= 1 - = 0.02543

Находим из таблицы Fkp(1;5;0.05) = 6.6079

где m - количество факторов в уравнении тренда (m=1).

Поскольку F < Fkp, то коэффициент детерминации (и в целом уравнение тренда) статистически не значим.

**Выводы**.

Изучена временная зависимость Y от времени t. На этапе спецификации был выбран линейный тренд. Оценены её параметры методом наименьших квадратов. Статистическая значимость уравнения проверена с помощью коэффициента детерминации и критерия Фишера. Установлено, что в исследуемой ситуации 2.54% общей вариабельности Y объясняется изменением временного параметра. Установлено также, что параметры модели статистически не значимы. Возможна экономическая интерпретация параметров модели - с каждым периодом времени t значение Y в среднем увеличивается на 2.357 ед.изм.

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Уравнение тренда](https://math.semestr.ru/trend/trend.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Уравнение регрессии](https://math.semestr.ru/corel/corel.php)

[Уравнение множественной регрессии](https://math.semestr.ru/regress/corel.php)

[Показатели вариации](https://math.semestr.ru/group/variations.php)

[Показатели динамики](https://axd.semestr.ru/dinam/group.php)