Исходные данные:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 25 | 27 | 30 |
| 18 | 30 | 42 |
| 0 | 34 | 53 |

**Критерий Байеса**.

По критерию Байеса за оптимальные принимается та стратегия (чистая) Ai, при которой максимизируется средний выигрыш a или минимизируется средний риск r.

Считаем значения ∑(aijpj)

∑(a1,jpj) = 25∙0.33 + 27∙0.33 + 30∙0.33 = 27.06

∑(a2,jpj) = 18∙0.33 + 30∙0.33 + 42∙0.33 = 29.7

∑(a3,jpj) = 0∙0.33 + 34∙0.33 + 53∙0.33 = 28.71

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | П1 | П2 | П3 | ∑(aijpj) |
| A1 | 8.25 | 8.91 | 9.9 | 27.06 |
| A2 | 5.94 | 9.9 | 13.86 | 29.7 |
| A3 | 0 | 11.22 | 17.49 | 28.71 |
| pj | 0.33 | 0.33 | 0.33 |   |

Выбираем из (27.06; 29.7; 28.71) максимальный элемент max=29.7

Вывод: выбираем стратегию N=2.

**Критерий Вальда**.

По критерию Вальда за оптимальную принимается чистая стратегия, которая в наихудших условиях гарантирует максимальный выигрыш, т.е.

a = max(min aij)

Критерий Вальда ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | П1 | П2 | П3 | min(aij) |
| A1 | 25 | 27 | 30 | 25 |
| A2 | 18 | 30 | 42 | 18 |
| A3 | 0 | 34 | 53 | 0 |

Выбираем из (25; 18; 0) максимальный элемент max=25

Вывод: выбираем стратегию N=1.

**Критерий Севиджа**.

Критерий минимального риска Севиджа рекомендует выбирать в качестве оптимальной стратегии ту, при которой величина максимального риска минимизируется в наихудших условиях, т.е. обеспечивается:

a = min(max rij)

Критерий Сэвиджа ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

Находим матрицу рисков.

**Риск** – мера несоответствия между разными возможными результатами принятия определенных стратегий. Максимальный выигрыш в j-м столбце bj = max(aij) характеризует благоприятность состояния природы.

1. Рассчитываем 1-й столбец матрицы рисков.

r11 = 25 - 25 = 0; r21 = 25 - 18 = 7; r31 = 25 - 0 = 25;

2. Рассчитываем 2-й столбец матрицы рисков.

r12 = 34 - 27 = 7; r22 = 34 - 30 = 4; r32 = 34 - 34 = 0;

3. Рассчитываем 3-й столбец матрицы рисков.

r13 = 53 - 30 = 23; r23 = 53 - 42 = 11; r33 = 53 - 53 = 0;

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ai | П1 | П2 | П3 |
| A1 | 0 | 7 | 23 |
| A2 | 7 | 4 | 11 |
| A3 | 25 | 0 | 0 |

Результаты вычислений оформим в виде таблицы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | П1 | П2 | П3 | max(aij) |
| A1 | 0 | 7 | 23 | 23 |
| A2 | 7 | 4 | 11 | 11 |
| A3 | 25 | 0 | 0 | 25 |

Выбираем из (23; 11; 25) минимальный элемент min=11

Вывод: выбираем стратегию N=2.

**Критерий Гурвица**.

Критерий Гурвица является критерием пессимизма - оптимизма. За оптимальную принимается та стратегия, для которой выполняется соотношение:

max(si)

где si = y min(aij) + (1-y)max(aij)

При y = 1 получим критерий Вальде, при y = 0 получим – оптимистический критерий (максимакс).

Критерий Гурвица учитывает возможность как наихудшего, так и наилучшего для человека поведения природы. Как выбирается y? Чем хуже последствия ошибочных решений, тем больше желание застраховаться от ошибок, тем y ближе к 1.

Рассчитываем si.

s1 = 0.5∙25+(1-0.5)∙30 = 27.5

s2 = 0.5∙18+(1-0.5)∙42 = 30

s3 = 0.5∙0+(1-0.5)∙53 = 26.5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | П1 | П2 | П3 | min(aij) | max(aij) | y min(aij) + (1-y)max(aij) |
| A1 | 25 | 27 | 30 | 25 | 30 | 27.5 |
| A2 | 18 | 30 | 42 | 18 | 42 | 30 |
| A3 | 0 | 34 | 53 | 0 | 53 | 26.5 |

Выбираем из (27.5; 30; 26.5) максимальный элемент max=30

Вывод: выбираем стратегию N=2.

**Обобщенный критерий Гурвица**.

Данный критерий является некоторым обобщением критериев крайнего пессимизма и крайнего оптимизма и также представляет собой частный случай обобщенного критерия Гурвица относительно выигрышей при следующем допущении:

λ1=1-λ, λ2=λ3=…=λn-1=0, λn=λ, где 0 ≤ λ ≤ 1

Тогда показатель эффективности стратегии Ai по Гурвицу есть:

Gi=(1-λ)min aij + λmax aij

Оптимальной стратегией Ai0 считается стратегия с максимальным значением показателя эффективности.

Строим вспомогательную матрицу B, полученную путем упорядочивания показателей доходностей в каждой строке.

**Подход пессимиста**. λ выбирается из условия невозрастания среднего:

G1 = 0.256∙25+(1-0.256)∙30 = 28.72; G2 = 0.256∙18+(1-0.256)∙42 = 35.857; G3 = 0.256∙0+(1-0.256)∙53 = 39.435;

**Подход оптимиста**. λ выбирается из условия неубывания среднего:

G1 = 0.744∙25+(1-0.744)∙30 = 26.28; G2 = 0.744∙18+(1-0.744)∙42 = 24.143; G3 = 0.744∙0+(1-0.744)∙53 = 13.565;

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | П1 | П2 | П3 | min(aij) | max(aij) | Подход пессимиста | Подход оптимиста |
| A1 | 25 | 27 | 30 | 25 | 30 | 28.72 | 26.28 |
| A2 | 18 | 30 | 42 | 18 | 42 | 35.857 | 24.143 |
| A3 | 0 | 34 | 53 | 0 | 53 | 39.435 | 13.565 |

Выбираем из (28.72; 35.857; 39.435) максимальный элемент max=39.43

Вывод: выбираем стратегию N=3.

**Оптимальные стратегии по обобщенному критерию Гурвица**.

b = 43 + 91 + 125 = 259

Показатели эффективности по Гурвицу.

Подход пессимиста

Подход оптимиста

Таким образом, в результате решения статистической игры по различным критериям чаще других рекомендовалась стратегия A2.

**Множество Парето**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| E1 | 25 | 27 | 30 |
| p | 0.33 | 0.33 | 0.33 |

ME(1)=25∙0.33+27∙0.33+30∙0.33=27.06=27.06

σ(1)=sqrt(252∙0.33+272∙0.33+302∙0.33-27.062) = sqrt(11.58)=3.402

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| E2 | 18 | 30 | 42 |
| p | 0.33 | 0.33 | 0.33 |

ME(2)=18∙0.33+30∙0.33+42∙0.33=29.7=29.7

σ(2)=sqrt(182∙0.33+302∙0.33+422∙0.33-29.72) = sqrt(103.95)=10.196

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| E3 | 0 | 34 | 53 |
| p | 0.33 | 0.33 | 0.33 |

ME(3)=0∙0.33+34∙0.33+53∙0.33=28.71=28.71

σ(3)=sqrt(02∙0.33+342∙0.33+532∙0.33-28.712) = sqrt(484.19)=22.004

Критерии оптимизации:

x → max

y → min

Операция №2 доминирует над №3.

NEWSVG:27.06;29.7;28.71#3.402;10.196;22.004#green;green;red%%%3247855920-1

Следовательно, операции №2, оптимальны по Парето.

Операции, оптимальные по Парето, не обязательно являются «самыми лучшими» и даже просто «хорошими» - эти операции не являются худшими.

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Игры с природой: критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица](https://math.semestr.ru/games/stat.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Решение матричной игры](https://math.semestr.ru/games/index.php)

[Линейное программирование онлайн](https://math.semestr.ru/simplex/simplex_manual.php)

[Теория массового обслуживания (СМО)](https://math.semestr.ru/cmo/cmo_manual.php)

[Теория игр](https://math.semestr.ru/games/games_manual.php)