**Биматричная игра**.

Решение:

В каждом столбце матрицы A найдем максимальный элемент. Эти элементы подчеркнуты в матрице A. Их положение соответствует приемлемым ситуациям 1-го игрока, когда второй игрок выбрал стратегию *j* соответственно.

Затем в каждой строке матрицы B выберем наибольший элемент. Эти элементы подчеркнуты в матрице B. Их положение будет определять приемлемые ситуации 2-го игрока, когда первый игрок выбрал стратегию *i* соответственно.

Платежная матрица игрока А:

|  |  |
| --- | --- |
| -5 | **3** |
| **-1** | 0 |

Позиции максимумов в столбцах матрицы А: (2,1), (1,2)

Платежная матрица игрока B:

|  |  |
| --- | --- |
| **2** | -1 |
| -1 | **0** |

Позиции максимумов в строках матрицы В: (1,1), (2,2)

Если биматричная игра не имеет равновесных ситуаций в чистых стратегиях, то она неразрешима в чистых стратегиях. И тогда можно искать решение в смешанных стратегиях.

Итак, чтобы в биматричной игре:

А=(a), В = (b) пара (p,q);

определяемая равновесную ситуацию, необходимо и достаточно одновременное выполнение следующих неравенств:

(p–1)(Cq-α) ≥ 0, p(Cq-α) ≥ 0; 0 ≤ p ≤ 1

(q-1)(Dp-β) ≥ 0, q(Dp-β) ≥ 0; 0 ≤ q ≤ 1

где

C = a11 - a12 - a21 + a22

α = a22- a12

D = b11-b12-b21+b22

β = b22-b21

Проводя необходимые вычисления:

C = -5 - 3 - (-1) + 0 = -7

α = 0 - 3 = -3

D = 2 - (-1) - (-1) + 0 = 4

β = 0 - (-1) = 1

и рассуждения

(p–1)(-7q+3) ≥ 0

p(-7q+3) ≥ 0

(q-1)(4p-1) ≥ 0

q(4p-1) ≥ 0

получаем, что:

1) p=1,q ≤ 3/7

p=0, q ≥ 3/7

0 ≤ p ≤ 1, q=3/7

2) q=1,p ≥ 1/4

q=0, p ≤ 1/4

0 ≤ q ≤ 1, p=1/4

Рассматриваемая игра имеет единственную ситуацию равновесия (P∙,Q∙), где оптимальными стратегиями по Нэшу являются:

P∙ = (1/4;3/4); Q∙ = (3/7;4/7).

Она может быть реализована при многократном повторении игры (то есть при многократном воспроизведении описанной ситуации) следующим образом:

игрок I должен использовать чистые стратегии 1 и 2 с частотами 1/4 и 3/4, а игрок II – чистые стратегии 1 и 2 с частотами 3/7 и 4/7. Любой из игроков, отклонившись от указанной смешанной стратегии, уменьшает свой ожидаемый выигрыш.

Цена игры

Цена игры для первого игрока:

Ha(1/4;3/7) = -3/7

Цена игры для второго игрока:

Hb(1/4;3/7) = -1/4

Ответ:

Смешанная стратегия для первого игрока P∙ = (1/4;3/4); Смешанная стратегия для второго игрока Q∙ = (3/7;4/7).

Выигрыш игроков в равновесной ситуации:

f(P∙,Q∙) = (-3/7;-1/4).

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Биматричная игра](https://math.semestr.ru/games/bimatrix.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Решение матричной игры](https://math.semestr.ru/games/index.php)

[Линейное программирование онлайн](https://math.semestr.ru/simplex/simplex_manual.php)

[Теория массового обслуживания (СМО)](https://math.semestr.ru/cmo/cmo_manual.php)

[Теория игр](https://math.semestr.ru/games/games_manual.php)

[Задачи динамического программирования](https://math.semestr.ru/dinam/dinam_manual.php)