**Собственные числа матрицы**.

Исходная матрица имеет вид:

Составляем систему для определения координат собственных векторов:

(5 - λ)x1 + 0x2 + 0x3 = 0

0x1 + (2 - λ)x2 + 1x3 = 0

0x1 + 1x2 + (2 - λ)x3 = 0

Составляем характеристическое уравнение и решаем его.

Для этого находим определитель матрицы и приравниваем полученное выражение к нулю.

После преобразований, получаем:

Подставляя λ1 = 3 в систему, имеем:

или

Решаем эту систему линейных однородных уравнений.

Выпишем основную матрицу системы:

Приведем матрицу к треугольному виду. Будем работать только со строками, так как умножение строки матрицы на число, отличное от нуля, и прибавление к другой строке для системы означает умножение уравнения на это же число и сложение с другим уравнением, что не меняет решения системы.

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

В матрице *B* 2-й и 3-й столбцы пропорциональны. Из двух пропорциональных столбцов в базисный минор может попасть только один. Для системы это означает перенос членов с x2 в правую часть уравнений.

В матрице *B* 1-ая и 2-ая строки пропорциональны, следовательно, одну из них, например 1-ю, можно вычеркнуть. Это равносильно вычеркиванию 1-го уравнения системы, так как оно является следствием 2-го.

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

Найдем ранг матрицы.

Выделенный минор имеет наивысший порядок (из возможных миноров) и отличен от нуля (он равен произведению элементов, стоящих на обратной диагонали), следовательно rang(A) = 2.

Этот минор является базисным. В него вошли коэффициенты при неизвестных x1,x3, значит, неизвестные x1,x3 – зависимые (базисные), а x2 – свободные.

Преобразуем матрицу, оставляя слева только базисный минор.

Система с коэффициентами этой матрицы эквивалентна исходной системе и имеет вид:

- x3 = - x2

2x1 = 0

Методом исключения неизвестных находим **нетривиальное решение**:

Получили соотношения, выражающие зависимые переменные x1,x3 через свободные x2, то есть нашли **общее решение**:

x3=x2

x1=0

Множество собственных векторов, отвечающих собственному числу λ1 = 3, имеет вид:

(0x2,1x2,1x2) = x2(0,1,1)

где x2 - любое число, отличное от нуля. Выберем из этого множества один вектор, например, положив x2 = 1:

Подставляя λ2 = 1 в систему, имеем:

или

Решаем эту систему линейных однородных уравнений

Выпишем основную матрицу системы:

Приведем матрицу к треугольному виду. Будем работать только со строками, так как умножение строки матрицы на число, отличное от нуля, и прибавление к другой строке для системы означает умножение уравнения на это же число и сложение с другим уравнением, что не меняет решения системы.

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

В матрице *B* 2-й и 3-й столбцы пропорциональны. Из двух пропорциональных столбцов в базисный минор может попасть только один. Для системы это означает перенос членов с x2 в правую часть уравнений.

В матрице *B* 1-ая и 2-ая строки пропорциональны, следовательно, одну из них, например 1-ю, можно вычеркнуть. Это равносильно вычеркиванию 1-го уравнения системы, так как оно является следствием 2-го.

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

Найдем ранг матрицы.

Выделенный минор имеет наивысший порядок (из возможных миноров) и отличен от нуля (он равен произведению элементов, стоящих на обратной диагонали), следовательно rang(A) = 2.

Этот минор является базисным. В него вошли коэффициенты при неизвестных x1,x3, значит, неизвестные x1,x3 – зависимые (базисные), а x2 – свободные.

Преобразуем матрицу, оставляя слева только базисный минор.

Система с коэффициентами этой матрицы эквивалентна исходной системе и имеет вид:

x3 = - x2

4x1 = 0

Методом исключения неизвестных находим **нетривиальное решение**:

Получили соотношения, выражающие зависимые переменные x1,x3 через свободные x2, то есть нашли **общее решение**:

x3= - x2

x1=0

Множество собственных векторов, отвечающих собственному числу λ2 = 1, имеет вид:

(0x2,1x2,-1x2) = x2(0,1,-1)

где x2 - любое число, отличное от нуля. Выберем из этого множества один вектор, например, положив x2 = 1:

Подставляя λ3 = 5 в систему, имеем:

или

Решаем эту систему линейных однородных уравнений

Выпишем основную матрицу системы:

Приведем матрицу к треугольному виду. Будем работать только со строками, так как умножение строки матрицы на число, отличное от нуля, и прибавление к другой строке для системы означает умножение уравнения на это же число и сложение с другим уравнением, что не меняет решения системы.

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

В матрице *B* 1-й столбец равен нулю. Удаляем его. Для системы это означает перенос членов с x1 в правую часть уравнений.

В матрице *B* 1-ая строка нулевая, следовательно, вычеркиваем ее. Это равносильно вычеркиванию 1-го уравнения системы.

Умножим 2-ую строку на (3). Добавим 2-ую строку к 1-ой:

Для удобства вычислений поменяем строки местами:

Найдем ранг матрицы.

Выделенный минор имеет наивысший порядок (из возможных миноров) и отличен от нуля (он равен произведению элементов, стоящих на обратной диагонали), следовательно rang(A) = 2.

Этот минор является базисным. В него вошли коэффициенты при неизвестных x2,x3, значит, неизвестные x2,x3 – зависимые (базисные), а x1 – свободные.

Преобразуем матрицу, оставляя слева только базисный минор.

Система с коэффициентами этой матрицы эквивалентна исходной системе и имеет вид:

- 8x3 = 0

x2 - 3x3 = 0

Методом исключения неизвестных находим **нетривиальное решение**:

Получили соотношения, выражающие зависимые переменные x2,x3 через свободные x1, то есть нашли **общее решение**:

x3=0

x2=0

Множество собственных векторов, отвечающих собственному числу λ3 = 5, имеет вид:

(1x1,0x1,0x1) = x1(1,0,0)

где x1 - любое число, отличное от нуля. Выберем из этого множества один вектор, например, положив x1 = 1:

Таким образом, имеем:

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Собственные числа матрицы](https://math.semestr.ru/gauss/ownvectors.php)

С этой задачей также решают:

[Приведение кривой второго порядка к каноническому виду](https://math.semestr.ru/line/curve.php)

[Ранг матрицы](https://math.semestr.ru/gauss/rang.php)

[Решение системы линейных однородных уравнений](https://math.semestr.ru/gauss/equations.php)

[Умножение матриц](https://math.semestr.ru/matrix/opred.php)