**Координаты вектора в базисе**.

Даны векторы ε1(3;1;4), ε2(-4;2;3), ε3(2;-1;-2), X(7;-1;0). Показать, что векторы образуют базис трехмерного пространства и найти координаты вектора X в этом базисе.

Данная задача состоит из двух частей. Сначала необходимо проверить образуют ли векторы базис. Векторы образуют базис, если определитель, составленный из координат этих векторов, отличен от нуля, в противном случае вектора не являются базисными и вектор X нельзя разложить по данному базису.

Вычислим определитель матрицы:

∆ = 3∙(2∙(-2) - (-1)∙3) - (-4)∙(1∙(-2) - (-1)∙4) + 2∙(1∙3 - 2∙4) = -5

Определитель матрицы равен ∆ =-5

Так как определитель отличен от нуля, то векторы образуют базис, следовательно, вектор X можно разложить по данному базису. Т.е. существуют такие числа α1, α2, α3, что имеет место равенство:

X = α1ε1 + α2ε2 + α3ε3

Запишем данное равенство в координатной форме:

(7;-1;0) = α(3;1;4) + α(-4;2;3) + α(2;-1;-2)

Используя свойства векторов, получим следующее равенство:

(7;-1;0) = (3α1;1α1;4α1;) + (-4α2;2α2;3α2;) + (2α3;-1α3;-2α3;)

(7;-1;0) = (3α1 -4α2 + 2α3;1α1 + 2α2 -1α3;4α1 + 3α2 -2α3)

По свойству равенства векторов имеем:

3α1 -4α2 + 2α3 = 7

1α1 + 2α2 -1α3 = -1

4α1 + 3α2 -2α3 = 0

Решаем полученную систему уравнений методом Крамера.

Ответ:

X = ε1 + 2ε3

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Координаты вектора в новом базисе](https://math.semestr.ru/matrix/vector-basis.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Обратная матрица методом Жордано-Гаусса](https://math.semestr.ru/gauss/obratn.php)

[Обратная матрица через алгебраические дополнения](https://math.semestr.ru/matrix/index.php)

[Координаты вектора в новом базисе](https://math.semestr.ru/matrix/vector-basis.php)

[Аналитическая геометрия и векторная алгебра](https://math.semestr.ru/line/line-manual.php)

[Матричный калькулятор](https://math.semestr.ru/matrix/operations-matrices.php)

[Решение матричных уравнений AX=B](https://math.semestr.ru/matrix/equations.php)

[По координатам пирамиды найти: уравнение плоскостей, уравнение прямых](https://math.semestr.ru/line/index.php)