Найдем минимум функции:

Используем для этого **Метод Фибоначчи**.

Важнейшая особенность этого метода состоит в том, что он позволяет для заранее заданного числа вычислений функции построить оптимальную процедуру поиска минимума унимодальной функции.

Предположим, что заданный начальный интервал неопределенности [a1,b1], [ai,bi] является интервалом неопределенности, полученным на i-той итерации. Рассмотрим две точки λi и μi из интервала [ai,bi], заданные с помощью соотношений:

где n - заданное число вычислений функции; Fk - последовательность чисел Фибоначчи, заданная с помощью рекуррентной формулы:

Fk+1 = Fk + Fk-1, k = 1,2, … , где F0 = F1 = 1

Новый интервал неопределенности (ai+1,bi+1) равен (λi,bi), если f(λi) > f(μi), и равен (ai, μi), если f(λi) < f(μi). Тогда в первом случае, новый интервал неопределенности имеет длину:

Отсюда следует, что в любом случае на i-той итерации интервал неопределенности сжимается в Fn-i/Fn-i+1 раз. На (i+1)-ой итерации либо λi+1 = μi, либо μi+1 = λi. Поэтому на каждом шаге вычисляется только одно новое значение функции. На (n-1)-ой итерации λn-1 = μn-1,и значение функции не вычисляется.

Если ε есть точность вычисления значения функции, n – максимально возможное число вычислений функции, то конечный интервал неопределенности будет равен:

**Решение**.

Последовательность чисел Фибоначчи имеет вид: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,

**Итерация 1**.

Вычислим точки

f(λ1)=-4.9787; f(μ1) = -4.2708

Так как f(λ1) < f(μ1), то сокращаем интервал неопределенности и принимаем на 1-й итерации:

a2 = a1 = -2; b2 = μ1 = -0.1461

**Итерация 2**.

Вычислим точки

f(λ2)=-4.9147; f(μ2) = -4.9787

Так как f(λ2) > f(μ2), то сокращаем интервал неопределенности и принимаем на 2-й итерации:

a3 = λ2 = -1.2921348314607; b3 = b2 = -0.1461

**Итерация 3**.

Вычислим точки

f(λ3)=-4.9787; f(μ3) = -4.8272

Так как f(λ3) < f(μ3), то сокращаем интервал неопределенности и принимаем на 3-й итерации:

a4 = a3 = -1.2921348314607; b4 = μ3 = -0.5843

**Итерация 4**.

Вычислим точки

f(λ4)=-4.9995; f(μ4) = -4.9787

Так как f(λ4) < f(μ4), то сокращаем интервал неопределенности и принимаем на 4-й итерации:

a5 = a4 = -1.2921348314607; b5 = μ4 = -0.8539

Все вычисления сведены в таблицу. Вычисления продолжаются, пока не найдены 10 новых точек.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | a | b | b-a | a+i∙c | a+k∙c | f(λ) | f(μ) |
| 1 | -2 | 1 | 3 | -0.8539 | -0.1461 | -4.9787 | -4.2708 |
| 2 | -2 | -0.1461 | 1.8539 | -1.2921 | -0.8539 | -4.9147 | -4.9787 |
| 3 | -1.2921 | -0.1461 | 1.1461 | -0.8539 | -0.5843 | -4.9787 | -4.8272 |
| 4 | -1.2921 | -0.5843 | 0.7079 | -1.0225 | -0.8539 | -4.9995 | -4.9787 |
| 5 | -1.2921 | -0.8539 | 0.4382 | -1.1236 | -1.0225 | -4.9847 | -4.9995 |
| 6 | -1.1236 | -0.8539 | 0.2697 | -1.0225 | -0.9551 | -4.9995 | -4.998 |
| 7 | -1.1236 | -0.9551 | 0.1685 | -1.0562 | -1.0225 | -4.9968 | -4.9995 |
| 8 | -1.0562 | -0.9551 | 0.1011 | -1.0225 | -0.9888 | -4.9995 | -4.9999 |
| 9 | -1.0225 | -0.9551 | 0.06742 | -0.9888 | -0.9888 | -4.9999 | -4.9999 |
| 10 | -1.0225 | -0.9551 | 0.06742 | -0.9551 | -0.9551 | -4.998 | -4.998 |

Вычисляем точку минимума функции

f(xmin) = -4.9999

**Ответ**: x = -0.9888; F(x) = -4.9999

**Количество итераций**, N = 10

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Метод Фибоначчи онлайн](https://math.semestr.ru/optim/fibonacci.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Метод Ньютона онлайн](https://math.semestr.ru/optim/newton.php)

[Приближенное нахождение корней уравнения](https://math.semestr.ru/optim/koren.php)

[Вычислительная математика онлайн](https://math.semestr.ru/optim/computational-mathematics.php)

[Формула трапеции](https://math.semestr.ru/optim/trapezoid-formula.php)

[Формула Симпсона](https://math.semestr.ru/optim/simpson.php)

[Метод Зейделя](https://math.semestr.ru/optim/zeidel.php)