**Метод Зейделя**.

Метод Зейделя представляет собой модификацию метода простой итераций.

Имеем СЛАУ: A x =b (1)

Предполагая, что aii ≠ 0 разрешим новое уравнение системы (1) относительно x1, второе – относительно x2,…, *n-ое* уравнение – относительно xn. В результате получим:

x1=β1 - α12x2 - α13x3 - ... - α1nxn

x2=β2 - α21x1 - α23x3 - ... - α2nxn

xn=βn - αn1xn - αn3x3 - ... - αnn-1xn-1

где βi=bi/aii; αij=aij/aii при i ≠ j; αii=0

Известно начальное приближение: x0=(x01, x02, ..., x0n).

Основная идея заключается в том, что при вычислении *(k+1)-го* приближения неизвестной xi учитываются уже вычисленные ранее (k+1) - приближение неизвестных x1, x2, ..., xn.

Итерационная схема имеет вид:

xk+11=β1 - ∑α1jxkj

xk+12=β2 - α21xk+11 - ∑α2jxkj

xk+1i=βi - ∑αijxk+11 - ∑α2jxkj

Прежде чем применять метод, необходимо переставить строки исходной системы таким образом, чтобы на диагонали стояли наибольшие по модулю коэффициенты матрицы.

Приведем к виду:

x1=1.82929293 - (0.35x2+0.15x3)

x2=4.31333333 - (2.33x1+0.33x3)

x3=4.96 - (3x1+x2)

Покажем вычисления на примере нескольких итераций.

N=1

x1=1.82929293 - 0∙0.35353535 - 0∙0.15151515=1.82929293

x2=4.31333333 - 1.82929293∙2.33333333 - 0∙0.33333333=0.045

x3=4.96 - 1.82929293∙3 - 0.045∙1=-0.57286195

N=2

x1=1.82929293 - 0.045∙0.35353535 - (-0.57286195)∙0.15151515=1.90018706

x2=4.31333333 - 1.90018706∙2.33333333 - (-0.57286195)∙0.33333333=0.0705

x3=4.96 - 1.90018706∙3 - 0.0705∙1=-0.81107869

N=3

x1=1.82929293 - 0.0705∙0.35353535 - (-0.81107869)∙0.15151515=1.9272532

x2=4.31333333 - 1.9272532∙2.33333333 - (-0.81107869)∙0.33333333=0.0868

x3=4.96 - 1.9272532∙3 - 0.0868∙1=-0.90852836

Остальные расчеты сведем в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x1 | x2 | x3 | e1 | e2 | e3 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |
| 1 | 1.829 | 0.045 | -0.573 | 1.829 | 0.045 | 0.573 |
| 2 | 1.9 | 0.0705 | -0.811 | 0.0709 | 0.0255 | 0.238 |
| 3 | 1.927 | 0.0868 | -0.909 | 0.0271 | 0.0163 | 0.0974 |
| 4 | 1.936 | 0.0982 | -0.947 | 0.00902 | 0.0114 | 0.0385 |
| 5 | 1.938 | 0.107 | -0.961 | 0.00179 | 0.00866 | 0.014 |
| 6 | 1.937 | 0.114 | -0.965 | -0.000936 | 0.00686 | 0.00405 |
| 7 | 1.935 | 0.119 | -0.965 | -0.00181 | 0.00558 | 0.000143 |
| 8 | 1.933 | 0.124 | -0.964 | -0.00195 | 0.0046 | -0.00125 |
| 9 | 1.932 | 0.128 | -0.962 | -0.00181 | 0.00382 | -0.00163 |
| 10 | 1.93 | 0.131 | -0.961 | -0.0016 | 0.00318 | -0.00161 |
| 11 | 1.929 | 0.134 | -0.959 | -0.00137 | 0.00266 | -0.00145 |
| 12 | 1.927 | 0.136 | -0.958 | -0.00116 | 0.00222 | -0.00125 |
| 13 | 1.926 | 0.138 | -0.957 | -0.000975 | 0.00186 | -0.00107 |
| 14 | 1.926 | 0.139 | -0.956 | -0.000819 | 0.00155 | -0.000902 |
| 15 | 1.925 | 0.14 | -0.955 | -0.000686 | 0.0013 | -0.000758 |
| 16 | 1.924 | 0.142 | -0.955 | -0.000574 | 0.00109 | -0.000636 |
| 17 | 1.924 | 0.142 | -0.954 | -0.000481 | 0.00091 | -0.000532 |

Для оценки погрешности вычисляем коэффициент α:

max[|x16,x17|] = ρ(x16, x17) = |-0.95416022 - (-0.95469266)| = 0.00091

Вычисляем погрешность:

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Метод Зейделя онлайн](https://math.semestr.ru/optim/zeidel.php)

С этой задачей также решают:

[Метод простой итерации](https://math.semestr.ru/optim/iter.php)

[Метод Фибоначчи онлайн](https://math.semestr.ru/optim/fibonacci.php)

[Метод Ньютона онлайн](https://math.semestr.ru/optim/newton.php)

[Приближенное нахождение корней уравнения](https://math.semestr.ru/optim/koren.php)

[Вычислительная математика онлайн](https://math.semestr.ru/optim/computational-mathematics.php)

[Формула трапеции](https://math.semestr.ru/optim/trapezoid-formula.php)

[Формула Симпсона](https://math.semestr.ru/optim/simpson.php)