Решим прямую задачу линейного программирования симплексным методом, с использованием симплексной таблицы.

Определим максимальное значение целевой функции F(X) = 4x1+3x2 при следующих условиях-ограничений.

1/5x1+3x2≤24

1/2x1+1/10x2≤5

3x1+x2≤32

5x1+4x2≤75

Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).

1/5x1+3x2+x3 = 24

1/2x1+1/10x2+x4 = 5

3x1+x2+x5 = 32

5x1+4x2+x6 = 75

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x3, x4, x5, x6

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

X0 = (0,0,24,5,32,75)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 24 | 1/5 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x4 | 5 | 1/2 | 1/10 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| x5 | 32 | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 75 | 5 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -4 | -3 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.

**Итерация №0**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент по модулю.

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1

и из них выберем наименьшее:

min (24 : 1/5 , 5 : 1/2 , 32 : 3 , 75 : 5 ) = 10

Следовательно, 2-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (1/2) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x3 | 24 | 1/5 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 120 |
| x4 | 5 | 1/2 | 1/10 | 0 | 1 | 0 | 0 | 10 |
| x5 | 32 | 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 32/3 |
| x6 | 75 | 5 | 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 15 |
| F(X1) | 0 | -4 | -3 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x4 в план 1 войдет переменная x1.

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 22 | 0 | 74/25 | 1 | -2/5 | 0 | 0 |
| x1 | 10 | 1 | 1/5 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| x5 | 2 | 0 | 2/5 | 0 | -6 | 1 | 0 |
| x6 | 25 | 0 | 3 | 0 | -10 | 0 | 1 |
| F(X1) | 40 | 0 | -11/5 | 0 | 8 | 0 | 0 |

**Итерация №1**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент по модулю.

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2

и из них выберем наименьшее:

min (22 : 74/25 , 10 : 1/5 , 2 : 2/5 , 25 : 3 ) = 5

Следовательно, 3-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (2/5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x3 | 22 | 0 | 74/25 | 1 | -2/5 | 0 | 0 | 275/37 |
| x1 | 10 | 1 | 1/5 | 0 | 2 | 0 | 0 | 50 |
| x5 | 2 | 0 | 2/5 | 0 | -6 | 1 | 0 | 5 |
| x6 | 25 | 0 | 3 | 0 | -10 | 0 | 1 | 25/3 |
| F(X2) | 40 | 0 | -11/5 | 0 | 8 | 0 | 0 |  |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x5 в план 2 войдет переменная x2.

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 36/5 | 0 | 0 | 1 | 44 | -37/5 | 0 |
| x1 | 9 | 1 | 0 | 0 | 5 | -1/2 | 0 |
| x2 | 5 | 0 | 1 | 0 | -15 | 5/2 | 0 |
| x6 | 10 | 0 | 0 | 0 | 35 | -15/2 | 1 |
| F(X2) | 51 | 0 | 0 | 0 | -25 | 11/2 | 0 |

**Итерация №2**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x4, так как это наибольший коэффициент по модулю.

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai4

и из них выберем наименьшее:

min (36/5 : 44 , 9 : 5 , - , 10 : 35 ) = 9/55

Следовательно, 1-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (44) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x3 | 36/5 | 0 | 0 | 1 | 44 | -37/5 | 0 | 9/55 |
| x1 | 9 | 1 | 0 | 0 | 5 | -1/2 | 0 | 9/5 |
| x2 | 5 | 0 | 1 | 0 | -15 | 5/2 | 0 | - |
| x6 | 10 | 0 | 0 | 0 | 35 | -15/2 | 1 | 2/7 |
| F(X3) | 51 | 0 | 0 | 0 | -25 | 11/2 | 0 |  |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x3 в план 3 войдет переменная x4.

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x4 | 9/55 | 0 | 0 | 1/44 | 1 | -37/220 | 0 |
| x1 | 90/11 | 1 | 0 | -5/44 | 0 | 15/44 | 0 |
| x2 | 82/11 | 0 | 1 | 15/44 | 0 | -1/44 | 0 |
| x6 | 47/11 | 0 | 0 | -35/44 | 0 | -71/44 | 1 |
| F(X3) | 606/11 | 0 | 0 | 25/44 | 0 | 57/44 | 0 |

Конец итераций: индексная строка не содержит отрицательных элементов - найден оптимальный план

Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x4 | 9/55 | 0 | 0 | 1/44 | 1 | -37/220 | 0 |
| x1 | 90/11 | 1 | 0 | -5/44 | 0 | 15/44 | 0 |
| x2 | 82/11 | 0 | 1 | 15/44 | 0 | -1/44 | 0 |
| x6 | 47/11 | 0 | 0 | -35/44 | 0 | -71/44 | 1 |
| F(X4) | 606/11 | 0 | 0 | 25/44 | 0 | 57/44 | 0 |

Оптимальный план можно записать так:

x1 = 90/11, x2 = 82/11

F(X) = 4∙90/11 + 3∙82/11 = 606/11

**Метод Гомори**.

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По 3-у уравнению с переменной x2, получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью 5/11, составляем дополнительное ограничение:

q3 - q31•x1 - q32•x2 - q33•x3 - q34•x4 - q35•x5 - q36•x6≤0

q3 = b3 - [b3] = 82/11 - 7 = 5/11

q31 = a31 - [a31] = 0 - 0 = 0

q32 = a32 - [a32] = 1 - 1 = 0

q33 = a33 - [a33] = 15/44 - 0 = 15/44

q34 = a34 - [a34] = 0 - 0 = 0

q35 = a35 - [a35] = -1/44 + 1 = 43/44

q36 = a36 - [a36] = 0 - 0 = 0

Дополнительное ограничение имеет вид:

5/11-15/44x3-43/44x5 ≤ 0

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

5/11-15/44x3-43/44x5 + x7 = 0

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

Поскольку двойственный симплекс-метод используется для поиска минимума целевой функции, делаем преобразование F(x) = -F(X).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x4 | 9/55 | 0 | 0 | 1/44 | 1 | -37/220 | 0 | 0 |
| x1 | 90/11 | 1 | 0 | -5/44 | 0 | 15/44 | 0 | 0 |
| x2 | 82/11 | 0 | 1 | 15/44 | 0 | -1/44 | 0 | 0 |
| x6 | 47/11 | 0 | 0 | -35/44 | 0 | -71/44 | 1 | 0 |
| x7 | -5/11 | 0 | 0 | -15/44 | 0 | -43/44 | 0 | 1 |
| F(X0) | -606/11 | 0 | 0 | -25/44 | 0 | -57/44 | 0 | 0 |

План 0 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 5-ая строка, а переменную x7 следует вывести из базиса.

Минимальное значение θ соответствует 5-му столбцу, т.е. переменную x5 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-43/44).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x4 | 9/55 | 0 | 0 | 1/44 | 1 | -37/220 | 0 | 0 |
| x1 | 90/11 | 1 | 0 | -5/44 | 0 | 15/44 | 0 | 0 |
| x2 | 82/11 | 0 | 1 | 15/44 | 0 | -1/44 | 0 | 0 |
| x6 | 47/11 | 0 | 0 | -35/44 | 0 | -71/44 | 1 | 0 |
| x7 | -5/11 | 0 | 0 | -15/44 | 0 | -43/44 | 0 | 1 |
| F(X0) | -606/11 | 0 | 0 | -25/44 | 0 | -57/44 | 0 | 0 |
| θ |   |  -  |  -  | -25/44 : (-15/44) = 5/3 |  -  | -57/44 : (-43/44) = 57/43 |  -  |  -  |

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x4 | 52/215 | 0 | 0 | 7/86 | 1 | 0 | 0 | -37/215 |
| x1 | 345/43 | 1 | 0 | -10/43 | 0 | 0 | 0 | 15/43 |
| x2 | 321/43 | 0 | 1 | 15/43 | 0 | 0 | 0 | -1/43 |
| x6 | 216/43 | 0 | 0 | -10/43 | 0 | 0 | 1 | -71/43 |
| x5 | 20/43 | 0 | 0 | 15/43 | 0 | 1 | 0 | -44/43 |
| F(X0) | -2343/43 | 0 | 0 | -5/43 | 0 | 0 | 0 | -57/43 |

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По 3-у уравнению с переменной x2, получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью 20/43, составляем дополнительное ограничение:

q3 - q31•x1 - q32•x2 - q33•x3 - q34•x4 - q35•x5 - q36•x6 - q37•x7≤0

q3 = b3 - [b3] = 321/43 - 7 = 20/43

q31 = a31 - [a31] = 0 - 0 = 0

q32 = a32 - [a32] = 1 - 1 = 0

q33 = a33 - [a33] = 15/43 - 0 = 15/43

q34 = a34 - [a34] = 0 - 0 = 0

q35 = a35 - [a35] = 0 - 0 = 0

q36 = a36 - [a36] = 0 - 0 = 0

q37 = a37 - [a37] = -1/43 + 1 = 42/43

Дополнительное ограничение имеет вид:

20/43-15/43x3-42/43x7 ≤ 0

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

20/43-15/43x3-42/43x7 + x8 = 0

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x4 | 52/215 | 0 | 0 | 7/86 | 1 | 0 | 0 | -37/215 | 0 |
| x1 | 345/43 | 1 | 0 | -10/43 | 0 | 0 | 0 | 15/43 | 0 |
| x2 | 321/43 | 0 | 1 | 15/43 | 0 | 0 | 0 | -1/43 | 0 |
| x6 | 216/43 | 0 | 0 | -10/43 | 0 | 0 | 1 | -71/43 | 0 |
| x5 | 20/43 | 0 | 0 | 15/43 | 0 | 1 | 0 | -44/43 | 0 |
| x8 | -20/43 | 0 | 0 | -15/43 | 0 | 0 | 0 | -42/43 | 1 |
| F(X0) | -2343/43 | 0 | 0 | -5/43 | 0 | 0 | 0 | -57/43 | 0 |

План 0 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 6-ая строка, а переменную x8 следует вывести из базиса.

Минимальное значение θ соответствует 3-му столбцу, т.е. переменную x3 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-15/43).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x4 | 52/215 | 0 | 0 | 7/86 | 1 | 0 | 0 | -37/215 | 0 |
| x1 | 345/43 | 1 | 0 | -10/43 | 0 | 0 | 0 | 15/43 | 0 |
| x2 | 321/43 | 0 | 1 | 15/43 | 0 | 0 | 0 | -1/43 | 0 |
| x6 | 216/43 | 0 | 0 | -10/43 | 0 | 0 | 1 | -71/43 | 0 |
| x5 | 20/43 | 0 | 0 | 15/43 | 0 | 1 | 0 | -44/43 | 0 |
| x8 | -20/43 | 0 | 0 | -15/43 | 0 | 0 | 0 | -42/43 | 1 |
| F(X0) | -2343/43 | 0 | 0 | -5/43 | 0 | 0 | 0 | -57/43 | 0 |
| θ |   |  -  |  -  | -5/43 : (-15/43) = 1/3 |  -  |  -  |  -  | -57/43 : (-42/43) = 19/14 |  -  |

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x4 | 2/15 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2/5 | 7/30 |
| x1 | 25/3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -2/3 |
| x2 | 7 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 |
| x6 | 16/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | -2/3 |
| x5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 | 1 |
| x3 | 4/3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 14/5 | -43/15 |
| F(X0) | -163/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1/3 |

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По 2-у уравнению с переменной x1, получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью 1/3, составляем дополнительное ограничение:

q2 - q21•x1 - q22•x2 - q23•x3 - q24•x4 - q25•x5 - q26•x6 - q27•x7 - q28•x8≤0

q2 = b2 - [b2] = 25/3 - 8 = 1/3

q21 = a21 - [a21] = 1 - 1 = 0

q22 = a22 - [a22] = 0 - 0 = 0

q23 = a23 - [a23] = 0 - 0 = 0

q24 = a24 - [a24] = 0 - 0 = 0

q25 = a25 - [a25] = 0 - 0 = 0

q26 = a26 - [a26] = 0 - 0 = 0

q27 = a27 - [a27] = 1 - 1 = 0

q28 = a28 - [a28] = -2/3 + 1 = 1/3

Дополнительное ограничение имеет вид:

1/3-1/3x8 ≤ 0

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

1/3-1/3x8 + x9 = 0

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
| x4 | 2/15 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2/5 | 7/30 | 0 |
| x1 | 25/3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -2/3 | 0 |
| x2 | 7 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 |
| x6 | 16/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | -2/3 | 0 |
| x5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 | 1 | 0 |
| x3 | 4/3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 14/5 | -43/15 | 0 |
| x9 | -1/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/3 | 1 |
| F(X0) | -163/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1/3 | 0 |

План 0 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 7-ая строка, а переменную x9 следует вывести из базиса.

Минимальное значение θ соответствует 8-му столбцу, т.е. переменную x8 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-1/3).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
| x4 | 2/15 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2/5 | 7/30 | 0 |
| x1 | 25/3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -2/3 | 0 |
| x2 | 7 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 |
| x6 | 16/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | -2/3 | 0 |
| x5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 | 1 | 0 |
| x3 | 4/3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 14/5 | -43/15 | 0 |
| x9 | -1/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/3 | 1 |
| F(X0) | -163/3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1/3 | 0 |
| θ |   |  -  |  -  |  -  |  -  |  -  |  -  |  -  | -1/3 : (-1/3) = 1 |  -  |

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
| x4 | -1/10 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2/5 | 0 | 7/10 |
| x1 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 |
| x2 | 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 3 |
| x6 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | -2 |
| x5 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 | 0 | 3 |
| x3 | 21/5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 14/5 | 0 | -43/5 |
| x8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -3 |
| F(X0) | -54 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 |

План 1 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 5-ая строка, а переменную x5 следует вывести из базиса.

Минимальное значение θ соответствует 7-му столбцу, т.е. переменную x7 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-2).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
| x4 | -1/10 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -2/5 | 0 | 7/10 |
| x1 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 |
| x2 | 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 3 |
| x6 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | -2 |
| x5 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -2 | 0 | 3 |
| x3 | 21/5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 14/5 | 0 | -43/5 |
| x8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -3 |
| F(X0) | -54 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 |
| θ |   |  -  |  -  |  -  |  -  |  -  |  -  | -1 : (-2) = 1/2 |  -  |  -  |

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 |
| x4 | 1/10 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1/5 | 0 | 0 | 0 | 1/10 |
| x1 | 17/2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | -1/2 |
| x2 | 13/2 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 3/2 |
| x6 | 13/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | 0 | 0 | -7/2 |
| x7 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 0 | -3/2 |
| x3 | 14/5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 7/5 | 0 | 0 | 0 | -22/5 |
| x8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -3 |
| F(X1) | -107/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | -5/2 |

В полученном оптимальном плане присутствуют дробные числа.

По 2-у уравнению с переменной x1, получившей нецелочисленное значение в оптимальном плане с наибольшей дробной частью 1/2, составляем дополнительное ограничение:

q2 - q21•x1 - q22•x2 - q23•x3 - q24•x4 - q25•x5 - q26•x6 - q27•x7 - q28•x8 - q29•x9≤0

q2 = b2 - [b2] = 17/2 - 8 = 1/2

q21 = a21 - [a21] = 1 - 1 = 0

q22 = a22 - [a22] = 0 - 0 = 0

q23 = a23 - [a23] = 0 - 0 = 0

q24 = a24 - [a24] = 0 - 0 = 0

q25 = a25 - [a25] = 1/2 - 0 = 1/2

q26 = a26 - [a26] = 0 - 0 = 0

q27 = a27 - [a27] = 0 - 0 = 0

q28 = a28 - [a28] = 0 - 0 = 0

q29 = a29 - [a29] = -1/2 + 1 = 1/2

Дополнительное ограничение имеет вид:

1/2-1/2x5-1/2x9 ≤ 0

Преобразуем полученное неравенство в уравнение:

1/2-1/2x5-1/2x9 + x10 = 0

коэффициенты которого введем дополнительной строкой в оптимальную симплексную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 |
| x4 | 1/10 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1/5 | 0 | 0 | 0 | 1/10 | 0 |
| x1 | 17/2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 |
| x2 | 13/2 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 3/2 | 0 |
| x6 | 13/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | 0 | 0 | -7/2 | 0 |
| x7 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 0 | -3/2 | 0 |
| x3 | 14/5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 7/5 | 0 | 0 | 0 | -22/5 | 0 |
| x8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -3 | 0 |
| x10 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 1 |
| F(X0) | -107/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | -5/2 | 0 |

План 0 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 8-ая строка, а переменную x10 следует вывести из базиса.

Минимальное значение θ соответствует 5-му столбцу, т.е. переменную x5 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-1/2).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 |
| x4 | 1/10 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1/5 | 0 | 0 | 0 | 1/10 | 0 |
| x1 | 17/2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 |
| x2 | 13/2 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 3/2 | 0 |
| x6 | 13/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 1 | 0 | 0 | -7/2 | 0 |
| x7 | 1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 1 | 0 | -3/2 | 0 |
| x3 | 14/5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 7/5 | 0 | 0 | 0 | -22/5 | 0 |
| x8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -3 | 0 |
| x10 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 1 |
| F(X0) | -107/2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1/2 | 0 | 0 | 0 | -5/2 | 0 |
| θ |   |  -  |  -  |  -  |  -  | -1/2 : (-1/2) = 1 |  -  |  -  |  -  | -5/2 : (-1/2) = 5 |  -  |

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 |
| x4 | 3/10 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3/10 | -2/5 |
| x1 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 |
| x2 | 7 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | -1 |
| x6 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | -3 | -1 |
| x7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 | -1 |
| x3 | 7/5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -29/5 | 14/5 |
| x8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -3 | 0 |
| x5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | -2 |
| F(X0) | -53 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -2 | -1 |

Решение получилось целочисленным. Нет необходимости применять метод Гомори.

Оптимальный целочисленный план можно записать так:

x1 = 8, x2 = 7

F(X) = 4∙8 + 3∙7 = 53

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Метод Гомори](https://math.semestr.ru/simplex/integer.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Метод ветвей и границ](https://math.semestr.ru/lp/branch.php)

[Задачи динамического программирования онлайн](https://math.semestr.ru/dinam/dinam_manual.php)

[Графический метод решения задач линейного программирования](https://math.semestr.ru/lp/index.php)

[Двойственный симплекс-метод](https://math.semestr.ru/simplex/pmethod.php)

[Теория игр онлайн](https://math.semestr.ru/games/games_manual.php)

[Транспортная задача](https://math.semestr.ru/transp/index.php)

[Расчет сетевого графика](https://math.semestr.ru/setm/index.php)

[Теория массового обслуживания онлайн](https://math.semestr.ru/cmo/cmo_manual.php)