**Двойственный симплекс-метод**.

Решим прямую задачу линейного программирования двойственным симплексным методом, с использованием симплексной таблицы.

Определим минимальное значение целевой функции F(X) = 99x1+8x2+12.5x3+6x4 при следующих условиях-ограничений.

-11x1+x2-2x3≤-6

-9x1-x2-x4≤10

Для построения первого опорного плана систему неравенств приведем к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (**переход к канонической форме**).

В 1-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x5. В 2-м неравенстве смысла (≤) вводим базисную переменную x6.

-11x1+x2-2x3+x5 = -6

-9x1-x2-x4+x6 = 10

Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

**Базисные переменные** это переменные, которые входят только в одно уравнение системы ограничений и притом с единичным коэффициентом.

**Экономический смысл дополнительных переменных**: дополнительные переменные задачи ЛП обозначают излишки сырья, времени, других ресурсов, остающихся в производстве данного оптимального плана.

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x5, x6

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

X0 = (0,0,0,0,-6,10)

**Базисное решение** называется допустимым, если оно неотрицательно.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x5 | -6 | -11 | 1 | -2 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 10 | -9 | -1 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -99 | -8 | -12.5 | -6 | 0 | 0 |

**1. Проверка критерия оптимальности**.

План 0 в симплексной таблице **является псевдопланом**, поэтому определяем ведущие строку и столбец.

**2. Определение новой свободной переменной**.

Среди отрицательных значений базисных переменных выбираем наибольший по модулю.

Ведущей будет 1-ая строка, а переменную x5 следует вывести из базиса.

**3. Определение новой базисной переменной**.

Минимальное значение θ соответствует 3-му столбцу, т.е. переменную x3 необходимо ввести в базис.

На пересечении ведущих строки и столбца находится разрешающий элемент (РЭ), равный (-2).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x5 | -6 | -11 | 1 | -2 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 10 | -9 | -1 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -99 | -8 | -12.5 | -6 | 0 | 0 |
| θ |  | -99 : (-11) = 9 | - | -12.5 | - | - | - |

**4. Пересчет симплекс-таблицы**.

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 3 | 11/2 | -1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 0 |
| x6 | 10 | -9 | -1 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F(X0) | 75/2 | -30.25 | -14.25 | 0 | -6 | -6.25 | 0 |

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| -6 : -2 | -11 : -2 | 1 : -2 | -2 : -2 | 0 : -2 | 1 : -2 | 0 : -2 |
| 10-(-6∙0):-2 | -9-(-11∙0):-2 | -1-(1∙0):-2 | 0-(-2∙0):-2 | -1-(0∙0):-2 | 0-(1∙0):-2 | 1-(0∙0):-2 |
| 0 | -99 | -8 | -12.5 | -6 | 0 | 0 |

В базисном столбце все элементы положительные.

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.

**1. Проверка критерия оптимальности**.

Среди значений индексной строки нет положительных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 3 | 11/2 | -1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 0 |
| x6 | 10 | -9 | -1 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| F(X1) | 75/2 | -30.25 | -14.25 | 0 | -6 | -6.25 | 0 |

Оптимальный план можно записать так:

x1 = 0, x2 = 0, x3 = 3, x4 = 0

F(X) = 99∙0 + 8∙0 + 12.5∙3 + 6∙0 = 37.5

**Примечание**:

**1. По какому методу пересчитываются симплекс-таблицы?**

Используется правило прямоугольника (метод жордановских преобразований).

**2. Обязательно ли каждый раз выбирать максимальное значение из индексной строки?**

Можно не выбирать, но это может привести к зацикливанию алгоритма.

**3. В индексной строке в n-ом столбце нулевое значение. Что это означает?**

Нулевые значения должны соответствовать переменным, вошедшим в базис. Если в индексной строке симплексной таблицы оптимального плана находится нуль, принадлежащий свободной переменной, **не вошедшей** в базис, а в столбце, содержащем этот нуль, имеется хотя бы один положительный элемент, то задача имеет множество оптимальных планов.

Свободную переменную, соответствующую указанному столбцу, можно внести в базис, выполнив соответствующие этапы алгоритма. В результате будет получен второй оптимальный план с другим набором базисных переменных.

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Двойственный симплекс-метод](https://math.semestr.ru/simplex/pmethod.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Задачи динамического программирования онлайн](https://math.semestr.ru/dinam/dinam_manual.php)

[Графический метод решения задач линейного программирования](https://math.semestr.ru/lp/index.php)

[Теория игр онлайн](https://math.semestr.ru/games/games_manual.php)

[Метод Гомори](https://math.semestr.ru/simplex/integer.php)

[Транспортная задача](https://math.semestr.ru/transp/index.php)

[Расчет сетевого графика](https://math.semestr.ru/setm/index.php)

[Теория массового обслуживания онлайн](https://math.semestr.ru/cmo/cmo_manual.php)