Для ограничения x13 ≤ 10 добавляем 10-ый столбец со значениями столбца №1, но с запретом в (1,10). Потребности разделяются на 10 и 15.

Для ограничения x14 ≤ 10 добавляем 11-ый столбец со значениями столбца №1, но с запретом в (1,11). Потребности разделяются на 10 и 20.

Для ограничения x16 ≤ 7 добавляем 12-ый столбец со значениями столбца №1, но с запретом в (1,12). Потребности разделяются на 7 и 3.

Для ограничения x21 ≤ 9 добавляем 13-ый столбец со значениями столбца №1, но с запретом в (2,13). Потребности разделяются на 9 и 1.

Для ограничения x22 ≤ 12 добавляем 14-ый столбец со значениями столбца №1, но с запретом в (2,14). Потребности разделяются на 12 и 8.

Для ограничения x27 ≤ 10 добавляем 15-ый столбец со значениями столбца №1, но с запретом в (2,15). Потребности разделяются на 10 и 5.

Ограничение x46 ≤ 10 не учитываем, поскольку запасы (потребности) не превышают его значения.

Для ограничения x58 ≤ 8 добавляем 16-ый столбец со значениями столбца №1, но с запретом в (5,16). Потребности разделяются на 8 и 7.

Математическая модель транспортной задачи:

F = ∑∑cijxij, (1)

при условиях:

∑xij = ai, i = 1,2,…, m, (2)

∑xij = bj, j = 1,2,…, n, (3)

xij ≥ 0

Запишем экономико-математическую модель для нашей задачи.

Переменные:

x11 – количество груза из 1-го склада к 1-у потребителю.

x12 – количество груза из 1-го склада к 2-у потребителю.

x13 – количество груза из 1-го склада к 3-у потребителю.

x14 – количество груза из 1-го склада к 4-у потребителю.

x15 – количество груза из 1-го склада к 5-у потребителю.

x16 – количество груза из 1-го склада к 6-у потребителю.

x17 – количество груза из 1-го склада к 7-у потребителю.

x18 – количество груза из 1-го склада к 8-у потребителю.

x19 – количество груза из 1-го склада к 9-у потребителю.

x110 – количество груза из 1-го склада к 10-у потребителю.

x111 – количество груза из 1-го склада к 11-у потребителю.

x112 – количество груза из 1-го склада к 12-у потребителю.

x113 – количество груза из 1-го склада к 13-у потребителю.

x114 – количество груза из 1-го склада к 14-у потребителю.

x115 – количество груза из 1-го склада к 15-у потребителю.

x116 – количество груза из 1-го склада к 16-у потребителю.

x21 – количество груза из 2-го склада к 1-у потребителю.

x22 – количество груза из 2-го склада к 2-у потребителю.

x23 – количество груза из 2-го склада к 3-у потребителю.

x24 – количество груза из 2-го склада к 4-у потребителю.

x25 – количество груза из 2-го склада к 5-у потребителю.

x26 – количество груза из 2-го склада к 6-у потребителю.

x27 – количество груза из 2-го склада к 7-у потребителю.

x28 – количество груза из 2-го склада к 8-у потребителю.

x29 – количество груза из 2-го склада к 9-у потребителю.

x210 – количество груза из 2-го склада к 10-у потребителю.

x211 – количество груза из 2-го склада к 11-у потребителю.

x212 – количество груза из 2-го склада к 12-у потребителю.

x213 – количество груза из 2-го склада к 13-у потребителю.

x214 – количество груза из 2-го склада к 14-у потребителю.

x215 – количество груза из 2-го склада к 15-у потребителю.

x216 – количество груза из 2-го склада к 16-у потребителю.

x31 – количество груза из 3-го склада к 1-у потребителю.

x32 – количество груза из 3-го склада к 2-у потребителю.

x33 – количество груза из 3-го склада к 3-у потребителю.

x34 – количество груза из 3-го склада к 4-у потребителю.

x35 – количество груза из 3-го склада к 5-у потребителю.

x36 – количество груза из 3-го склада к 6-у потребителю.

x37 – количество груза из 3-го склада к 7-у потребителю.

x38 – количество груза из 3-го склада к 8-у потребителю.

x39 – количество груза из 3-го склада к 9-у потребителю.

x310 – количество груза из 3-го склада к 10-у потребителю.

x311 – количество груза из 3-го склада к 11-у потребителю.

x312 – количество груза из 3-го склада к 12-у потребителю.

x313 – количество груза из 3-го склада к 13-у потребителю.

x314 – количество груза из 3-го склада к 14-у потребителю.

x315 – количество груза из 3-го склада к 15-у потребителю.

x316 – количество груза из 3-го склада к 16-у потребителю.

x41 – количество груза из 4-го склада к 1-у потребителю.

x42 – количество груза из 4-го склада к 2-у потребителю.

x43 – количество груза из 4-го склада к 3-у потребителю.

x44 – количество груза из 4-го склада к 4-у потребителю.

x45 – количество груза из 4-го склада к 5-у потребителю.

x46 – количество груза из 4-го склада к 6-у потребителю.

x47 – количество груза из 4-го склада к 7-у потребителю.

x48 – количество груза из 4-го склада к 8-у потребителю.

x49 – количество груза из 4-го склада к 9-у потребителю.

x410 – количество груза из 4-го склада к 10-у потребителю.

x411 – количество груза из 4-го склада к 11-у потребителю.

x412 – количество груза из 4-го склада к 12-у потребителю.

x413 – количество груза из 4-го склада к 13-у потребителю.

x414 – количество груза из 4-го склада к 14-у потребителю.

x415 – количество груза из 4-го склада к 15-у потребителю.

x416 – количество груза из 4-го склада к 16-у потребителю.

x51 – количество груза из 5-го склада к 1-у потребителю.

x52 – количество груза из 5-го склада к 2-у потребителю.

x53 – количество груза из 5-го склада к 3-у потребителю.

x54 – количество груза из 5-го склада к 4-у потребителю.

x55 – количество груза из 5-го склада к 5-у потребителю.

x56 – количество груза из 5-го склада к 6-у потребителю.

x57 – количество груза из 5-го склада к 7-у потребителю.

x58 – количество груза из 5-го склада к 8-у потребителю.

x59 – количество груза из 5-го склада к 9-у потребителю.

x510 – количество груза из 5-го склада к 10-у потребителю.

x511 – количество груза из 5-го склада к 11-у потребителю.

x512 – количество груза из 5-го склада к 12-у потребителю.

x513 – количество груза из 5-го склада к 13-у потребителю.

x514 – количество груза из 5-го склада к 14-у потребителю.

x515 – количество груза из 5-го склада к 15-у потребителю.

x516 – количество груза из 5-го склада к 16-у потребителю.

Ограничения по запасам:

x11 + x12 + x13 + x14 + x15 + x16 + x17 + x18 + x19 + x110 + x111 + x112 + x113 + x114 + x115 + x116 ≤ 25 (для 1 базы)

x21 + x22 + x23 + x24 + x25 + x26 + x27 + x28 + x29 + x210 + x211 + x212 + x213 + x214 + x215 + x216 ≤ 35 (для 2 базы)

x31 + x32 + x33 + x34 + x35 + x36 + x37 + x38 + x39 + x310 + x311 + x312 + x313 + x314 + x315 + x316 ≤ 36 (для 3 базы)

x41 + x42 + x43 + x44 + x45 + x46 + x47 + x48 + x49 + x410 + x411 + x412 + x413 + x414 + x415 + x416 ≤ 25 (для 4 базы)

x51 + x52 + x53 + x54 + x55 + x56 + x57 + x58 + x59 + x510 + x511 + x512 + x513 + x514 + x515 + x516 ≤ 29 (для 5 базы)

Ограничения по потребностям:

x11 + x21 + x31 + x41 + x51 = 9 (для 1-го потребителя.)

x12 + x22 + x32 + x42 + x52 = 12 (для 2-го потребителя.)

x13 + x23 + x33 + x43 + x53 = 10 (для 3-го потребителя.)

x14 + x24 + x34 + x44 + x54 = 10 (для 4-го потребителя.)

x15 + x25 + x35 + x45 + x55 = 10 (для 5-го потребителя.)

x16 + x26 + x36 + x46 + x56 = 7 (для 6-го потребителя.)

x17 + x27 + x37 + x47 + x57 = 10 (для 7-го потребителя.)

x18 + x28 + x38 + x48 + x58 = 8 (для 8-го потребителя.)

x19 + x29 + x39 + x49 + x59 = 15 (для 9-го потребителя.)

x110 + x210 + x310 + x410 + x510 = 15 (для 10-го потребителя.)

x111 + x211 + x311 + x411 + x511 = 20 (для 11-го потребителя.)

x112 + x212 + x312 + x412 + x512 = 3 (для 12-го потребителя.)

x113 + x213 + x313 + x413 + x513 = 1 (для 13-го потребителя.)

x114 + x214 + x314 + x414 + x514 = 8 (для 14-го потребителя.)

x115 + x215 + x315 + x415 + x515 = 5 (для 15-го потребителя.)

x116 + x216 + x316 + x416 + x516 = 7 (для 16-го потребителя.)

Целевая функция:

45x11 + 36x12 + 25x13 + 60x14 + 50x15 + 35x16 + 65x17 + 43x18 + 55x19 + Mx110 + Mx111 + Mx112 + 45x113 + 36x114 + 65x115 + 43x116 + 25x21 + 35x22 + 36x23 + 45x24 + 40x25 + 47x26 + 28x27 + 38x28 + 45x29 + 36x210 + 45x211 + 47x212 + Mx213 + Mx214 + Mx215 + 38x216 + 65x31 + 50x32 + 70x33 + 65x34 + 48x35 + 43x36 + 57x37 + 60x38 + 50x39 + 70x310 + 65x311 + 43x312 + 65x313 + 50x314 + 57x315 + 60x316 + 70x41 + 65x42 + 55x43 + 48x44 + 63x45 + 48x46 + 54x47 + 65x48 + 55x49 + 55x410 + 48x411 + 48x412 + 70x413 + 65x414 + 54x415 + 65x416 + 85x51 + 70x52 + 85x53 + 90x54 + 58x55 + 63x56 + 78x57 + 34x58 + 48x59 + 85x510 + 90x511 + 63x512 + 85x513 + 70x514 + 78x515 + Mx516 → min

Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 | Запасы |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | M | M | M | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | M | M | M | 38 | 35 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 36 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | M | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Поскольку в матрице присутствуют запрещенные к размещению клетки, то для отыскания оптимального плана достаточно заменить их на максимальные тарифы (90 умноженное на 3).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 | Запасы |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 36 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

∑a = 25 + 35 + 36 + 25 + 29 = 150

∑b = 9 + 12 + 10 + 10 + 10 + 7 + 10 + 8 + 15 + 15 + 20 + 3 + 1 + 8 + 5 + 7 = 150

Условие баланса соблюдается. Запасы равны потребностям. Следовательно, модель транспортной задачи является закрытой.

Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 | Запасы |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 36 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

**Этап I. Поиск первого опорного плана**.

1. Используя *метод двойного предпочтения*, построим первый опорный план транспортной задачи. В каждой строке находим минимальный элемент. Ставим напротив него знак V. Затем находим минимальный элемент каждого столбца. Ставим напротив него знак V.

Если таблица стоимостей велика, то перебор всех элементов затруднителен. В этом случае используют метод двойного предпочтения, суть которого заключается в следующем.

В каждом столбце отмечают знаком *V* клетку с наименьшей стоимостью. Затем то же проделывают в каждой строке. В результате некоторые клетки имеют отметку *VV*.

В них находится минимальная стоимость, как по столбцу, так и по строке. В эти клетки помещают максимально возможные объемы перевозок, каждый раз исключая из рассмотрения соответствующие столбцы или строки.

Затем распределяют перевозки по ячейкам, отмеченным знаком *V*. В оставшейся части таблицы перевозки распределяют по наименьшей стоимости.

Искомый элемент находится в клетке (5;8) и равен 34.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43 |
| A2 | 25**[VV]** | 35[V] | 36 | 45[V] | 40[V] | 47 | 28[V] | 38 | 45[V] | 36[V] | 45[V] | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[V] |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43**[VV]** | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48[V] | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34**[VV]** | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c58=34. Для этого элемента запасы равны 29, потребности 8. Поскольку минимальным является 8, то вычитаем его.

x58 = min(29,8) = 8.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | x | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | x | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | x | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 36 |
| 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | x | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | **34** | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | **29 - 8 = 21** |
| 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | **8 - 8 = 0** | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (3;12) и равен 43.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43 |
| A2 | 25**[VV]** | 35[V] | 36 | 45[V] | 40[V] | 47 | 28[V] | 38 | 45[V] | 36[V] | 45[V] | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[V] |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43**[VV]** | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48[V] | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48[V] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c312=43. Для этого элемента запасы равны 36, потребности 3. Поскольку минимальным является 3, то вычитаем его.

x312 = min(36,3) = 3.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | x | 55 | 270 | 270 | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | x | 45 | 36 | 45 | x | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | x | 50 | 70 | 65 | **43** | 65 | 50 | 57 | 60 | **36 - 3 = 33** |
| 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | x | 55 | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 21 |
| 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 0 | 15 | 15 | 20 | **3 - 3 = 0** | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (2;1) и равен 25.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43 |
| A2 | 25**[VV]** | 35[V] | 36 | 45[V] | 40[V] | 47 | 28[V] | 38 | 45[V] | 36[V] | 45[V] | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[V] |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[V] | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48[V] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c21=25. Для этого элемента запасы равны 35, потребности 9. Поскольку минимальным является 9, то вычитаем его.

x21 = min(35,9) = 9.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | x | 55 | 270 | 270 | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| **25** | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | x | 45 | 36 | 45 | x | 270 | 270 | 270 | 38 | **35 - 9 = 26** |
| x | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | x | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | x | 55 | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| x | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 21 |
| **9 - 9 = 0** | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 0 | 15 | 15 | 20 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (2;7) и равен 28.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35[V] | 36 | 45[V] | 40[V] | 47 | 28**[VV]** | 38 | 45[V] | 36[V] | 45[V] | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[V] |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[V] | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48[V] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c27=28. Для этого элемента запасы равны 26, потребности 10. Поскольку минимальным является 10, то вычитаем его.

x27 = min(26,10) = 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | x | x | 55 | 270 | 270 | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | **28** | x | 45 | 36 | 45 | x | 270 | 270 | 270 | 38 | **26 - 10 = 16** |
| x | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | x | x | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | x | x | 55 | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| x | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | x | 34 | 48 | 85 | 90 | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 21 |
| 0 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | **10 - 10 = 0** | 0 | 15 | 15 | 20 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (2;2) и равен 35.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35**[VV]** | 36 | 45[V] | 40[V] | 47 | 28 | 38 | 45[V] | 36[V] | 45[V] | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[V] |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[V] | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48[V] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c22=35. Для этого элемента запасы равны 16, потребности 12. Поскольку минимальным является 12, то вычитаем его.

x22 = min(16,12) = 12.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | 60 | 50 | 35 | x | x | 55 | 270 | 270 | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| 25 | **35** | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | x | 45 | 36 | 45 | x | 270 | 270 | 270 | 38 | **16 - 12 = 4** |
| x | x | 70 | 65 | 48 | 43 | x | x | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | x | 55 | 48 | 63 | 48 | x | x | 55 | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| x | x | 85 | 90 | 58 | 63 | x | 34 | 48 | 85 | 90 | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 21 |
| 0 | **12 - 12 = 0** | 10 | 10 | 10 | 7 | 0 | 0 | 15 | 15 | 20 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (2;10) и равен 36.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45[V] | 40[V] | 47 | 28 | 38 | 45[V] | 36**[VV]** | 45[V] | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[V] |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[V] | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48[V] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c210=36. Для этого элемента запасы равны 4, потребности 15. Поскольку минимальным является 4, то вычитаем его.

x210 = min(4,15) = 4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | 60 | 50 | 35 | x | x | 55 | 270 | 270 | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | **36** | x | x | x | x | x | x | **4 - 4 = 0** |
| x | x | 70 | 65 | 48 | 43 | x | x | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | x | 55 | 48 | 63 | 48 | x | x | 55 | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| x | x | 85 | 90 | 58 | 63 | x | 34 | 48 | 85 | 90 | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 21 |
| 0 | 0 | 10 | 10 | 10 | 7 | 0 | 0 | 15 | **15 - 4 = 11** | 20 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (5;9) и равен 48.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43[V] |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48[V] | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48[V] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55[V] | 48**[VV]** | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48**[VV]** | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c59=48. Для этого элемента запасы равны 21, потребности 15. Поскольку минимальным является 15, то вычитаем его.

x59 = min(21,15) = 15.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | 60 | 50 | 35 | x | x | x | 270 | 270 | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | 70 | 65 | 48 | 43 | x | x | x | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | x | 55 | 48 | 63 | 48 | x | x | x | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| x | x | 85 | 90 | 58 | 63 | x | 34 | **48** | 85 | 90 | x | 85 | 70 | 78 | 270 | **21 - 15 = 6** |
| 0 | 0 | 10 | 10 | 10 | 7 | 0 | 0 | **15 - 15 = 0** | 11 | 20 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (4;11) и равен 48.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43[V] |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48[V] | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48[V] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55[V] | 48**[VV]** | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[V] | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c411=48. Для этого элемента запасы равны 25, потребности 20. Поскольку минимальным является 20, то вычитаем его.

x411 = min(25,20) = 20.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | 60 | 50 | 35 | x | x | x | 270 | x | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 25 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | 70 | 65 | 48 | 43 | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | x | 55 | 48 | 63 | 48 | x | x | x | 55 | **48** | x | 70 | 65 | 54 | 65 | **25 - 20 = 5** |
| x | x | 85 | 90 | 58 | 63 | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 6 |
| 0 | 0 | 10 | 10 | 10 | 7 | 0 | 0 | 0 | 11 | **20 - 20 = 0** | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (1;3) и равен 25.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25**[VV]** | 60 | 50 | 35[V] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43[V] |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48[V] | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48[V] | 63 | 48[V] | 54 | 65 | 55 | 55[V] | 48 | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[V] | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c13=25. Для этого элемента запасы равны 25, потребности 10. Поскольку минимальным является 10, то вычитаем его.

x13 = min(25,10) = 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | **25** | 60 | 50 | 35 | x | x | x | 270 | x | x | 45 | 36 | 65 | 43 | **25 - 10 = 15** |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | 43 | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | x | x | 48 | 63 | 48 | x | x | x | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 5 |
| x | x | x | 90 | 58 | 63 | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 6 |
| 0 | 0 | **10 - 10 = 0** | 10 | 10 | 7 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (1;6) и равен 35.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35**[VV]** | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36[V] | 65 | 43[V] |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48[V] | 43[V] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48[V] | 63 | 48[V] | 54 | 65 | 55 | 55[V] | 48 | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[V] | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c16=35. Для этого элемента запасы равны 15, потребности 7. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.

x16 = min(15,7) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | 60 | 50 | **35** | x | x | x | 270 | x | x | 45 | 36 | 65 | 43 | **15 - 7 = 8** |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | x | x | 48 | 63 | x | x | x | x | 55 | 48 | x | 70 | 65 | 54 | 65 | 5 |
| x | x | x | 90 | 58 | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 10 | 10 | **7 - 7 = 0** | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (4;4) и равен 48.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36**[VV]** | 65 | 43[V] |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48**[VV]** | 43 | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48**[VV]** | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55[V] | 48 | 48 | 70 | 65 | 54[V] | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[V] | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c44=48. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 10. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.

x44 = min(5,10) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | 60 | 50 | 35 | x | x | x | 270 | x | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 8 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 33 |
| x | x | x | **48** | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | **5 - 5 = 0** |
| x | x | x | 90 | 58 | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | **10 - 5 = 5** | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (3;5) и равен 48.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60[V] | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36**[VV]** | 65 | 43[V] |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48**[VV]** | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[V] | 65 | 43 | 65 | 50 | 57[V] | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[V] | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c35=48. Для этого элемента запасы равны 33, потребности 10. Поскольку минимальным является 10, то вычитаем его.

x35 = min(33,10) = 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | 60 | x | 35 | x | x | x | 270 | x | x | 45 | 36 | 65 | 43 | 8 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | **48** | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | **33 - 10 = 23** |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 90 | x | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 5 | **10 - 10 = 0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | 8 | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (1;14) и равен 36.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60[V] | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[V] | 36**[VV]** | 65 | 43[V] |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[V] | 65 | 43 | 65 | 50[V] | 57[V] | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70[V] | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c114=36. Для этого элемента запасы равны 8, потребности 8. Поскольку минимальным является 8, то вычитаем его.

x114 = min(8,8) = 8.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | x | x | 35 | x | x | x | x | x | x | x | **36** | x | x | **8 - 8 = 0** |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 23 |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 90 | x | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | 78 | 270 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | **8 - 8 = 0** | 5 | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (3;15) и равен 57.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65[V] | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[V] | 65 | 43 | 65[V] | 50 | 57**[VV]** | 60[V] |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78[V] | 270 |

Искомый элемент равен c315=57. Для этого элемента запасы равны 23, потребности 5. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.

x315 = min(23,5) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | x | x | 35 | x | x | x | x | x | x | x | 36 | x | x | 0 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | **57** | 60 | **23 - 5 = 18** |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 90 | x | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | x | 270 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | **5 - 5 = 0** | 7 |   |

Искомый элемент находится в клетке (3;16) и равен 60.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65[V] | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[V] | 65 | 43 | 65[V] | 50 | 57 | 60**[VV]** |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85[V] | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c316=60. Для этого элемента запасы равны 18, потребности 7. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.

x316 = min(18,7) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | x | x | 35 | x | x | x | x | x | x | x | 36 | x | x | 0 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | **60** | **18 - 7 = 11** |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 90 | x | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | 85 | 70 | x | x | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | **7 - 7 = 0** |   |

Искомый элемент находится в клетке (3;13) и равен 65.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65[V] | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[V] | 65 | 43 | 65**[VV]** | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85 | 90 | 63 | 85[V] | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c313=65. Для этого элемента запасы равны 11, потребности 1. Поскольку минимальным является 1, то вычитаем его.

x313 = min(11,1) = 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | x | x | 35 | x | x | x | x | x | x | x | 36 | x | x | 0 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | **65** | 50 | 57 | 60 | **11 - 1 = 10** |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 90 | x | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | x | 70 | x | x | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | **1 - 1 = 0** | 0 | 0 | 0 |   |

Искомый элемент находится в клетке (3;4) и равен 65.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65**[VV]** | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[V] | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85[V] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c34=65. Для этого элемента запасы равны 10, потребности 5. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.

x34 = min(10,5) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | x | x | 35 | x | x | x | x | x | x | x | 36 | x | x | 0 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | **65** | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | **10 - 5 = 5** |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | x | x | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | x | 70 | x | x | 6 |
| 0 | 0 | 0 | **5 - 5 = 0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |   |

Искомый элемент находится в клетке (3;10) и равен 70.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70**[VV]** | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85[V] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c310=70. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 11. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.

x310 = min(5,11) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | x | x | 35 | x | x | x | x | x | x | x | 36 | x | x | 0 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | **70** | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | **5 - 5 = 0** |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | x | x | x | x | 34 | 48 | 85 | x | x | x | 70 | x | x | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **11 - 5 = 6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |   |

Искомый элемент находится в клетке (5;10) и равен 85.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45 | 36 | 25 | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36 | 65 | 43 |
| A2 | 25 | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28 | 38 | 45 | 36 | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65 | 48 | 43 | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48 | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48 | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34 | 48 | 85**[VV]** | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Искомый элемент равен c510=85. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 6. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.

x510 = min(6,6) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x | 25 | x | x | 35 | x | x | x | x | x | x | x | 36 | x | x | 0 |
| 25 | 35 | x | x | x | x | 28 | x | x | 36 | x | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | 65 | 48 | x | x | x | x | 70 | x | 43 | 65 | 50 | 57 | 60 | 0 |
| x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | x | 48 | x | x | x | x | x | 0 |
| x | x | x | x | x | x | x | 34 | 48 | **85** | x | x | x | 70 | x | x | **6 - 6 = 0** |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **6 - 6 = 0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |   |

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 19, а должно быть m + n - 1 = 20. Следовательно, опорный план является вырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 25∙10 + 35∙7 + 36∙8 + 25∙9 + 35∙12 + 28∙10 + 36∙4 + 65∙5 + 48∙10 + 70∙5 + 43∙3 + 65∙1 + 57∙5 + 60∙7 + 48∙5 + 48∙20 + 34∙8 + 48∙15 + 85∙6 = 6608

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 | Запасы |
| A1 | 45 | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35[7] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 | 25 |
| A2 | 25[9] | 35[12] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[4] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10] | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[5] | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] | 36 |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 19, а должно быть m + n - 1 = 20. Следовательно, опорный план является вырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 25∙10 + 35∙7 + 36∙8 + 25∙9 + 35∙12 + 28∙10 + 36∙4 + 65∙5 + 48∙10 + 70∙5 + 43∙3 + 65∙1 + 57∙5 + 60∙7 + 48∙5 + 48∙20 + 34∙8 + 48∙15 + 85∙6 = 6608

Возвращаемся к плану №0

Для получения невырожденного плана принудительно добавляем нуль [0] в клетку (1;1);

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 | B16 |
| A1 | 45[0] | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35[7] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 |
| A2 | 25[9] | 35[12] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[4] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| A3 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10] | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[5] | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] |
| A4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| A5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

**Этап II. Улучшение опорного плана**.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v1 = 45; 0 + v1 = 45; v1 = 45

u2 + v1 = 25; 45 + u2 = 25; u2 = -20

u2 + v2 = 35; -20 + v2 = 35; v2 = 55

u2 + v7 = 28; -20 + v7 = 28; v7 = 48

u2 + v10 = 36; -20 + v10 = 36; v10 = 56

u3 + v10 = 70; 56 + u3 = 70; u3 = 14

u3 + v4 = 65; 14 + v4 = 65; v4 = 51

u4 + v4 = 48; 51 + u4 = 48; u4 = -3

u4 + v11 = 48; -3 + v11 = 48; v11 = 51

u3 + v5 = 48; 14 + v5 = 48; v5 = 34

u3 + v12 = 43; 14 + v12 = 43; v12 = 29

u3 + v13 = 65; 14 + v13 = 65; v13 = 51

u3 + v15 = 57; 14 + v15 = 57; v15 = 43

u3 + v16 = 60; 14 + v16 = 60; v16 = 46

u5 + v10 = 85; 56 + u5 = 85; u5 = 29

u5 + v8 = 34; 29 + v8 = 34; v8 = 5

u5 + v9 = 48; 29 + v9 = 48; v9 = 19

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v6 = 35; 0 + v6 = 35; v6 = 35

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=45 | v2=55 | v3=25 | v4=51 | v5=34 | v6=35 | v7=48 | v8=5 | v9=19 | v10=56 | v11=51 | v12=29 | v13=51 | v14=36 | v15=43 | v16=46 |
| u1=0 | 45[0] | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35[7] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 |
| u2=-20 | 25[9] | 35[12] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[4] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| u3=14 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10] | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[5] | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] |
| u4=-3 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=29 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;2): 0 + 55 > 36; ∆12 = 0 + 55 - 36 = 19 > 0

(1;13): 0 + 51 > 45; ∆113 = 0 + 51 - 45 = 6 > 0

(1;16): 0 + 46 > 43; ∆116 = 0 + 46 - 43 = 3 > 0

(3;2): 14 + 55 > 50; ∆32 = 14 + 55 - 50 = 19 > 0

(3;6): 14 + 35 > 43; ∆36 = 14 + 35 - 43 = 6 > 0

(3;7): 14 + 48 > 57; ∆37 = 14 + 48 - 57 = 5 > 0

(5;2): 29 + 55 > 70; ∆52 = 29 + 55 - 70 = 14 > 0

(5;5): 29 + 34 > 58; ∆55 = 29 + 34 - 58 = 5 > 0

(5;6): 29 + 35 > 63; ∆56 = 29 + 35 - 63 = 1 > 0

max(19,6,3,19,6,5,14,5,1) = 19

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;2): 36

Для этого в перспективную клетку (1;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45[0][-] | 36[+] | 25[10] | 60 | 50 | 35[7] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 | 25 |
| 2 | 25[9][+] | 35[12][-] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[4] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| 3 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10] | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[5] | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (1,2 → 1,1 → 2,1 → 2,2).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 1) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v2 = 36; 0 + v2 = 36; v2 = 36

u2 + v2 = 35; 36 + u2 = 35; u2 = -1

u2 + v1 = 25; -1 + v1 = 25; v1 = 26

u2 + v7 = 28; -1 + v7 = 28; v7 = 29

u2 + v10 = 36; -1 + v10 = 36; v10 = 37

u3 + v10 = 70; 37 + u3 = 70; u3 = 33

u3 + v4 = 65; 33 + v4 = 65; v4 = 32

u4 + v4 = 48; 32 + u4 = 48; u4 = 16

u4 + v11 = 48; 16 + v11 = 48; v11 = 32

u3 + v5 = 48; 33 + v5 = 48; v5 = 15

u3 + v12 = 43; 33 + v12 = 43; v12 = 10

u3 + v13 = 65; 33 + v13 = 65; v13 = 32

u3 + v15 = 57; 33 + v15 = 57; v15 = 24

u3 + v16 = 60; 33 + v16 = 60; v16 = 27

u5 + v10 = 85; 37 + u5 = 85; u5 = 48

u5 + v8 = 34; 48 + v8 = 34; v8 = -14

u5 + v9 = 48; 48 + v9 = 48; v9 = 0

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v6 = 35; 0 + v6 = 35; v6 = 35

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=26 | v2=36 | v3=25 | v4=32 | v5=15 | v6=35 | v7=29 | v8=-14 | v9=0 | v10=37 | v11=32 | v12=10 | v13=32 | v14=36 | v15=24 | v16=27 |
| u1=0 | 45 | 36[0] | 25[10] | 60 | 50 | 35[7] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 |
| u2=-1 | 25[9] | 35[12] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[4] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| u3=33 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10] | 43 | 57 | 60 | 50 | 70[5] | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] |
| u4=16 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=48 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(3;2): 33 + 36 > 50; ∆32 = 33 + 36 - 50 = 19 > 0

(3;6): 33 + 35 > 43; ∆36 = 33 + 35 - 43 = 25 > 0

(3;7): 33 + 29 > 57; ∆37 = 33 + 29 - 57 = 5 > 0

(3;14): 33 + 36 > 50; ∆314 = 33 + 36 - 50 = 19 > 0

(4;6): 16 + 35 > 48; ∆46 = 16 + 35 - 48 = 3 > 0

(5;2): 48 + 36 > 70; ∆52 = 48 + 36 - 70 = 14 > 0

(5;5): 48 + 15 > 58; ∆55 = 48 + 15 - 58 = 5 > 0

(5;6): 48 + 35 > 63; ∆56 = 48 + 35 - 63 = 20 > 0

(5;14): 48 + 36 > 70; ∆514 = 48 + 36 - 70 = 14 > 0

max(19,25,5,19,3,14,5,20,14) = 25

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;6): 43

Для этого в перспективную клетку (3;6) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36[0][+] | 25[10] | 60 | 50 | 35[7][-] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 | 25 |
| 2 | 25[9] | 35[12][-] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[4][+] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| 3 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10] | 43[+] | 57 | 60 | 50 | 70[5][-] | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (3,6 → 3,10 → 2,10 → 2,2 → 1,2 → 1,6).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 10) = 5. Прибавляем 5 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 5 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v2 = 36; 0 + v2 = 36; v2 = 36

u2 + v2 = 35; 36 + u2 = 35; u2 = -1

u2 + v1 = 25; -1 + v1 = 25; v1 = 26

u2 + v7 = 28; -1 + v7 = 28; v7 = 29

u2 + v10 = 36; -1 + v10 = 36; v10 = 37

u5 + v10 = 85; 37 + u5 = 85; u5 = 48

u5 + v8 = 34; 48 + v8 = 34; v8 = -14

u5 + v9 = 48; 48 + v9 = 48; v9 = 0

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v6 = 35; 0 + v6 = 35; v6 = 35

u3 + v6 = 43; 35 + u3 = 43; u3 = 8

u3 + v4 = 65; 8 + v4 = 65; v4 = 57

u4 + v4 = 48; 57 + u4 = 48; u4 = -9

u4 + v11 = 48; -9 + v11 = 48; v11 = 57

u3 + v5 = 48; 8 + v5 = 48; v5 = 40

u3 + v12 = 43; 8 + v12 = 43; v12 = 35

u3 + v13 = 65; 8 + v13 = 65; v13 = 57

u3 + v15 = 57; 8 + v15 = 57; v15 = 49

u3 + v16 = 60; 8 + v16 = 60; v16 = 52

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=26 | v2=36 | v3=25 | v4=57 | v5=40 | v6=35 | v7=29 | v8=-14 | v9=0 | v10=37 | v11=57 | v12=35 | v13=57 | v14=36 | v15=49 | v16=52 |
| u1=0 | 45 | 36[5] | 25[10] | 60 | 50 | 35[2] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 |
| u2=-1 | 25[9] | 35[7] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[9] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| u3=8 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10] | 43[5] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] |
| u4=-9 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=48 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58 | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;13): 0 + 57 > 45; ∆113 = 0 + 57 - 45 = 12 > 0

(1;16): 0 + 52 > 43; ∆116 = 0 + 52 - 43 = 9 > 0

(2;4): -1 + 57 > 45; ∆24 = -1 + 57 - 45 = 11 > 0

(2;11): -1 + 57 > 45; ∆211 = -1 + 57 - 45 = 11 > 0

(2;16): -1 + 52 > 38; ∆216 = -1 + 52 - 38 = 13 > 0

(5;2): 48 + 36 > 70; ∆52 = 48 + 36 - 70 = 14 > 0

(5;4): 48 + 57 > 90; ∆54 = 48 + 57 - 90 = 15 > 0

(5;5): 48 + 40 > 58; ∆55 = 48 + 40 - 58 = 30 > 0

(5;6): 48 + 35 > 63; ∆56 = 48 + 35 - 63 = 20 > 0

(5;11): 48 + 57 > 90; ∆511 = 48 + 57 - 90 = 15 > 0

(5;12): 48 + 35 > 63; ∆512 = 48 + 35 - 63 = 20 > 0

(5;13): 48 + 57 > 85; ∆513 = 48 + 57 - 85 = 20 > 0

(5;14): 48 + 36 > 70; ∆514 = 48 + 36 - 70 = 14 > 0

(5;15): 48 + 49 > 78; ∆515 = 48 + 49 - 78 = 19 > 0

max(12,9,11,11,13,14,15,30,20,15,20,20,14,19) = 30

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (5;5): 58

Для этого в перспективную клетку (5;5) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36[5][+] | 25[10] | 60 | 50 | 35[2][-] | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 | 25 |
| 2 | 25[9] | 35[7][-] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[9][+] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| 3 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[10][-] | 43[5][+] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[+] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[6][-] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (5,5 → 5,10 → 2,10 → 2,2 → 1,2 → 1,6 → 3,6 → 3,5).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 6) = 2. Прибавляем 2 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 2 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v2 = 36; 0 + v2 = 36; v2 = 36

u2 + v2 = 35; 36 + u2 = 35; u2 = -1

u2 + v1 = 25; -1 + v1 = 25; v1 = 26

u2 + v7 = 28; -1 + v7 = 28; v7 = 29

u2 + v10 = 36; -1 + v10 = 36; v10 = 37

u5 + v10 = 85; 37 + u5 = 85; u5 = 48

u5 + v5 = 58; 48 + v5 = 58; v5 = 10

u3 + v5 = 48; 10 + u3 = 48; u3 = 38

u3 + v4 = 65; 38 + v4 = 65; v4 = 27

u4 + v4 = 48; 27 + u4 = 48; u4 = 21

u4 + v11 = 48; 21 + v11 = 48; v11 = 27

u3 + v6 = 43; 38 + v6 = 43; v6 = 5

u3 + v12 = 43; 38 + v12 = 43; v12 = 5

u3 + v13 = 65; 38 + v13 = 65; v13 = 27

u3 + v15 = 57; 38 + v15 = 57; v15 = 19

u3 + v16 = 60; 38 + v16 = 60; v16 = 22

u5 + v8 = 34; 48 + v8 = 34; v8 = -14

u5 + v9 = 48; 48 + v9 = 48; v9 = 0

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=26 | v2=36 | v3=25 | v4=27 | v5=10 | v6=5 | v7=29 | v8=-14 | v9=0 | v10=37 | v11=27 | v12=5 | v13=27 | v14=36 | v15=19 | v16=22 |
| u1=0 | 45 | 36[7] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 |
| u2=-1 | 25[9] | 35[5] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[11] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| u3=38 | 65 | 50 | 70 | 65[5] | 48[8] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] |
| u4=21 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=48 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[2] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[4] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(3;2): 38 + 36 > 50; ∆32 = 38 + 36 - 50 = 24 > 0

(3;7): 38 + 29 > 57; ∆37 = 38 + 29 - 57 = 10 > 0

(3;10): 38 + 37 > 70; ∆310 = 38 + 37 - 70 = 5 > 0

(3;14): 38 + 36 > 50; ∆314 = 38 + 36 - 50 = 24 > 0

(4;10): 21 + 37 > 55; ∆410 = 21 + 37 - 55 = 3 > 0

(5;2): 48 + 36 > 70; ∆52 = 48 + 36 - 70 = 14 > 0

(5;14): 48 + 36 > 70; ∆514 = 48 + 36 - 70 = 14 > 0

max(24,10,5,24,3,14,14) = 24

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;2): 50

Для этого в перспективную клетку (3;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36[7] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 | 25 |
| 2 | 25[9] | 35[5][-] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[11][+] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 | 35 |
| 3 | 65 | 50[+] | 70 | 65[5] | 48[8][-] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[2][+] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85[4][-] | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (3,2 → 3,5 → 5,5 → 5,10 → 2,10 → 2,2).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (5, 10) = 4. Прибавляем 4 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 4 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v2 = 36; 0 + v2 = 36; v2 = 36

u2 + v2 = 35; 36 + u2 = 35; u2 = -1

u2 + v1 = 25; -1 + v1 = 25; v1 = 26

u2 + v7 = 28; -1 + v7 = 28; v7 = 29

u2 + v10 = 36; -1 + v10 = 36; v10 = 37

u3 + v2 = 50; 36 + u3 = 50; u3 = 14

u3 + v4 = 65; 14 + v4 = 65; v4 = 51

u4 + v4 = 48; 51 + u4 = 48; u4 = -3

u4 + v11 = 48; -3 + v11 = 48; v11 = 51

u3 + v5 = 48; 14 + v5 = 48; v5 = 34

u5 + v5 = 58; 34 + u5 = 58; u5 = 24

u5 + v8 = 34; 24 + v8 = 34; v8 = 10

u5 + v9 = 48; 24 + v9 = 48; v9 = 24

u3 + v6 = 43; 14 + v6 = 43; v6 = 29

u3 + v12 = 43; 14 + v12 = 43; v12 = 29

u3 + v13 = 65; 14 + v13 = 65; v13 = 51

u3 + v15 = 57; 14 + v15 = 57; v15 = 43

u3 + v16 = 60; 14 + v16 = 60; v16 = 46

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=26 | v2=36 | v3=25 | v4=51 | v5=34 | v6=29 | v7=29 | v8=10 | v9=24 | v10=37 | v11=51 | v12=29 | v13=51 | v14=36 | v15=43 | v16=46 |
| u1=0 | 45 | 36[7] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 |
| u2=-1 | 25[9] | 35[1] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| u3=14 | 65 | 50[4] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7] |
| u4=-3 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=24 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;13): 0 + 51 > 45; ∆113 = 0 + 51 - 45 = 6 > 0

(1;16): 0 + 46 > 43; ∆116 = 0 + 46 - 43 = 3 > 0

(2;4): -1 + 51 > 45; ∆24 = -1 + 51 - 45 = 5 > 0

(2;11): -1 + 51 > 45; ∆211 = -1 + 51 - 45 = 5 > 0

(2;16): -1 + 46 > 38; ∆216 = -1 + 46 - 38 = 7 > 0

max(6,3,5,5,7) = 7

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;16): 38

Для этого в перспективную клетку (2;16) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36[7] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 | 25 |
| 2 | 25[9] | 35[1][-] | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[+] | 35 |
| 3 | 65 | 50[4][+] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[7][-] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (2,16 → 2,2 → 3,2 → 3,16).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (2, 2) = 1. Прибавляем 1 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 1 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v2 = 36; 0 + v2 = 36; v2 = 36

u3 + v2 = 50; 36 + u3 = 50; u3 = 14

u3 + v4 = 65; 14 + v4 = 65; v4 = 51

u4 + v4 = 48; 51 + u4 = 48; u4 = -3

u4 + v11 = 48; -3 + v11 = 48; v11 = 51

u3 + v5 = 48; 14 + v5 = 48; v5 = 34

u5 + v5 = 58; 34 + u5 = 58; u5 = 24

u5 + v8 = 34; 24 + v8 = 34; v8 = 10

u5 + v9 = 48; 24 + v9 = 48; v9 = 24

u3 + v6 = 43; 14 + v6 = 43; v6 = 29

u3 + v12 = 43; 14 + v12 = 43; v12 = 29

u3 + v13 = 65; 14 + v13 = 65; v13 = 51

u3 + v15 = 57; 14 + v15 = 57; v15 = 43

u3 + v16 = 60; 14 + v16 = 60; v16 = 46

u2 + v16 = 38; 46 + u2 = 38; u2 = -8

u2 + v1 = 25; -8 + v1 = 25; v1 = 33

u2 + v7 = 28; -8 + v7 = 28; v7 = 36

u2 + v10 = 36; -8 + v10 = 36; v10 = 44

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=33 | v2=36 | v3=25 | v4=51 | v5=34 | v6=29 | v7=36 | v8=10 | v9=24 | v10=44 | v11=51 | v12=29 | v13=51 | v14=36 | v15=43 | v16=46 |
| u1=0 | 45 | 36[7] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45 | 36[8] | 65 | 43 |
| u2=-8 | 25[9] | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1] |
| u3=14 | 65 | 50[5] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1] | 50 | 57[5] | 60[6] |
| u4=-3 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=24 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;13): 0 + 51 > 45; ∆113 = 0 + 51 - 45 = 6 > 0

(1;16): 0 + 46 > 43; ∆116 = 0 + 46 - 43 = 3 > 0

max(6,3) = 6

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;13): 45

Для этого в перспективную клетку (1;13) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36[7][-] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[+] | 36[8] | 65 | 43 | 25 |
| 2 | 25[9] | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1] | 35 |
| 3 | 65 | 50[5][+] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65[1][-] | 50 | 57[5] | 60[6] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (1,13 → 1,2 → 3,2 → 3,13).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 13) = 1. Прибавляем 1 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 1 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v2 = 36; 0 + v2 = 36; v2 = 36

u3 + v2 = 50; 36 + u3 = 50; u3 = 14

u3 + v4 = 65; 14 + v4 = 65; v4 = 51

u4 + v4 = 48; 51 + u4 = 48; u4 = -3

u4 + v11 = 48; -3 + v11 = 48; v11 = 51

u3 + v5 = 48; 14 + v5 = 48; v5 = 34

u5 + v5 = 58; 34 + u5 = 58; u5 = 24

u5 + v8 = 34; 24 + v8 = 34; v8 = 10

u5 + v9 = 48; 24 + v9 = 48; v9 = 24

u3 + v6 = 43; 14 + v6 = 43; v6 = 29

u3 + v12 = 43; 14 + v12 = 43; v12 = 29

u3 + v15 = 57; 14 + v15 = 57; v15 = 43

u3 + v16 = 60; 14 + v16 = 60; v16 = 46

u2 + v16 = 38; 46 + u2 = 38; u2 = -8

u2 + v1 = 25; -8 + v1 = 25; v1 = 33

u2 + v7 = 28; -8 + v7 = 28; v7 = 36

u2 + v10 = 36; -8 + v10 = 36; v10 = 44

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v13 = 45; 0 + v13 = 45; v13 = 45

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=33 | v2=36 | v3=25 | v4=51 | v5=34 | v6=29 | v7=36 | v8=10 | v9=24 | v10=44 | v11=51 | v12=29 | v13=45 | v14=36 | v15=43 | v16=46 |
| u1=0 | 45 | 36[6] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[1] | 36[8] | 65 | 43 |
| u2=-8 | 25[9] | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1] |
| u3=14 | 65 | 50[6] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50 | 57[5] | 60[6] |
| u4=-3 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=24 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;16): 0 + 46 > 43; ∆116 = 0 + 46 - 43 = 3 > 0

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;16): 43

Для этого в перспективную клетку (1;16) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36[6][-] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[1] | 36[8] | 65 | 43[+] | 25 |
| 2 | 25[9] | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1] | 35 |
| 3 | 65 | 50[6][+] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50 | 57[5] | 60[6][-] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (1,16 → 1,2 → 3,2 → 3,16).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 2) = 6. Прибавляем 6 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 6 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v13 = 45; 0 + v13 = 45; v13 = 45

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

u1 + v16 = 43; 0 + v16 = 43; v16 = 43

u2 + v16 = 38; 43 + u2 = 38; u2 = -5

u2 + v1 = 25; -5 + v1 = 25; v1 = 30

u2 + v7 = 28; -5 + v7 = 28; v7 = 33

u2 + v10 = 36; -5 + v10 = 36; v10 = 41

u3 + v16 = 60; 43 + u3 = 60; u3 = 17

u3 + v2 = 50; 17 + v2 = 50; v2 = 33

u3 + v4 = 65; 17 + v4 = 65; v4 = 48

u4 + v4 = 48; 48 + u4 = 48; u4 = 0

u4 + v11 = 48; 0 + v11 = 48; v11 = 48

u3 + v5 = 48; 17 + v5 = 48; v5 = 31

u5 + v5 = 58; 31 + u5 = 58; u5 = 27

u5 + v8 = 34; 27 + v8 = 34; v8 = 7

u5 + v9 = 48; 27 + v9 = 48; v9 = 21

u3 + v6 = 43; 17 + v6 = 43; v6 = 26

u3 + v12 = 43; 17 + v12 = 43; v12 = 26

u3 + v15 = 57; 17 + v15 = 57; v15 = 40

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=30 | v2=33 | v3=25 | v4=48 | v5=31 | v6=26 | v7=33 | v8=7 | v9=21 | v10=41 | v11=48 | v12=26 | v13=45 | v14=36 | v15=40 | v16=43 |
| u1=0 | 45 | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[1] | 36[8] | 65 | 43[6] |
| u2=-5 | 25[9] | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1] |
| u3=17 | 65 | 50[12] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50 | 57[5] | 60[0] |
| u4=0 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=27 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(3;14): 17 + 36 > 50; ∆314 = 17 + 36 - 50 = 3 > 0

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;14): 50

Для этого в перспективную клетку (3;14) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[1] | 36[8][-] | 65 | 43[6][+] | 25 |
| 2 | 25[9] | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1] | 35 |
| 3 | 65 | 50[12] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50[+] | 57[5] | 60[0][-] | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (3,14 → 3,16 → 1,16 → 1,14).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 16) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v13 = 45; 0 + v13 = 45; v13 = 45

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

u3 + v14 = 50; 36 + u3 = 50; u3 = 14

u3 + v2 = 50; 14 + v2 = 50; v2 = 36

u3 + v4 = 65; 14 + v4 = 65; v4 = 51

u4 + v4 = 48; 51 + u4 = 48; u4 = -3

u4 + v11 = 48; -3 + v11 = 48; v11 = 51

u3 + v5 = 48; 14 + v5 = 48; v5 = 34

u5 + v5 = 58; 34 + u5 = 58; u5 = 24

u5 + v8 = 34; 24 + v8 = 34; v8 = 10

u5 + v9 = 48; 24 + v9 = 48; v9 = 24

u3 + v6 = 43; 14 + v6 = 43; v6 = 29

u3 + v12 = 43; 14 + v12 = 43; v12 = 29

u3 + v15 = 57; 14 + v15 = 57; v15 = 43

u1 + v16 = 43; 0 + v16 = 43; v16 = 43

u2 + v16 = 38; 43 + u2 = 38; u2 = -5

u2 + v1 = 25; -5 + v1 = 25; v1 = 30

u2 + v7 = 28; -5 + v7 = 28; v7 = 33

u2 + v10 = 36; -5 + v10 = 36; v10 = 41

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=30 | v2=36 | v3=25 | v4=51 | v5=34 | v6=29 | v7=33 | v8=10 | v9=24 | v10=41 | v11=51 | v12=29 | v13=45 | v14=36 | v15=43 | v16=43 |
| u1=0 | 45 | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[1] | 36[8] | 65 | 43[6] |
| u2=-5 | 25[9] | 35 | 36 | 45 | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1] |
| u3=14 | 65 | 50[12] | 70 | 65[5] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50[0] | 57[5] | 60 |
| u4=-3 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=24 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(2;4): -5 + 51 > 45; ∆24 = -5 + 51 - 45 = 1 > 0

(2;11): -5 + 51 > 45; ∆211 = -5 + 51 - 45 = 1 > 0

max(1,1) = 1

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;4): 45

Для этого в перспективную клетку (2;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | Запасы |
| 1 | 45 | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[1] | 36[8][-] | 65 | 43[6][+] | 25 |
| 2 | 25[9] | 35 | 36 | 45[+] | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38[1][-] | 35 |
| 3 | 65 | 50[12] | 70 | 65[5][-] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50[0][+] | 57[5] | 60 | 36 |
| 4 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 | 25 |
| 5 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 | 29 |
| Потребности | 9 | 12 | 10 | 10 | 10 | 7 | 10 | 8 | 15 | 15 | 20 | 3 | 1 | 8 | 5 | 7 |  |

Цикл приведен в таблице (2,4 → 2,16 → 1,16 → 1,14 → 3,14 → 3,4).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (2, 16) = 1. Прибавляем 1 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 1 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 25; 0 + v3 = 25; v3 = 25

u1 + v13 = 45; 0 + v13 = 45; v13 = 45

u1 + v14 = 36; 0 + v14 = 36; v14 = 36

u3 + v14 = 50; 36 + u3 = 50; u3 = 14

u3 + v2 = 50; 14 + v2 = 50; v2 = 36

u3 + v4 = 65; 14 + v4 = 65; v4 = 51

u2 + v4 = 45; 51 + u2 = 45; u2 = -6

u2 + v1 = 25; -6 + v1 = 25; v1 = 31

u2 + v7 = 28; -6 + v7 = 28; v7 = 34

u2 + v10 = 36; -6 + v10 = 36; v10 = 42

u4 + v4 = 48; 51 + u4 = 48; u4 = -3

u4 + v11 = 48; -3 + v11 = 48; v11 = 51

u3 + v5 = 48; 14 + v5 = 48; v5 = 34

u5 + v5 = 58; 34 + u5 = 58; u5 = 24

u5 + v8 = 34; 24 + v8 = 34; v8 = 10

u5 + v9 = 48; 24 + v9 = 48; v9 = 24

u3 + v6 = 43; 14 + v6 = 43; v6 = 29

u3 + v12 = 43; 14 + v12 = 43; v12 = 29

u3 + v15 = 57; 14 + v15 = 57; v15 = 43

u1 + v16 = 43; 0 + v16 = 43; v16 = 43

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=31 | v2=36 | v3=25 | v4=51 | v5=34 | v6=29 | v7=34 | v8=10 | v9=24 | v10=42 | v11=51 | v12=29 | v13=45 | v14=36 | v15=43 | v16=43 |
| u1=0 | 45 | 36 | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65 | 43 | 55 | 270 | 270 | 270 | 45[1] | 36[7] | 65 | 43[7] |
| u2=-6 | 25[9] | 35 | 36 | 45[1] | 40 | 47 | 28[10] | 38 | 45 | 36[15] | 45 | 47 | 270 | 270 | 270 | 38 |
| u3=14 | 65 | 50[12] | 70 | 65[4] | 48[4] | 43[7] | 57 | 60 | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50[1] | 57[5] | 60 |
| u4=-3 | 70 | 65 | 55 | 48[5] | 63 | 48 | 54 | 65 | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 | 65 |
| u5=24 | 85 | 70 | 85 | 90 | 58[6] | 63 | 78 | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 | 270 |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 25∙10 + 45∙1 + 36∙7 + 43∙7 + 25∙9 + 45∙1 + 28∙10 + 36∙15 + 50∙12 + 65∙4 + 48∙4 + 43∙7 + 43∙3 + 50∙1 + 57∙5 + 48∙5 + 48∙20 + 58∙6 + 34∙8 + 48∙15 = 6295

**Анализ оптимального плана**.

Из 1-го склада необходимо груз направить к 3-у потребителю (10 ед.), к 13-у потребителю (1 ед.), к 14-у потребителю (7 ед.), к 16-у потребителю (7 ед.)

Из 2-го склада необходимо груз направить к 1-у потребителю (9 ед.), к 4-у потребителю (1 ед.), к 7-у потребителю (10 ед.), к 10-у потребителю (15 ед.)

Из 3-го склада необходимо груз направить к 2-у потребителю (12 ед.), к 4-у потребителю (4 ед.), к 5-у потребителю (4 ед.), к 6-у потребителю (7 ед.), к 12-у потребителю (3 ед.), к 14-у потребителю (1 ед.), к 15-у потребителю (5 ед.)

Из 4-го склада необходимо груз направить к 4-у потребителю (5 ед.), к 11-у потребителю (20 ед.)

Из 5-го склада необходимо груз направить к 5-у потребителю (6 ед.), к 8-у потребителю (8 ед.), к 9-у потребителю (15 ед.)

Для ограничения x13 ≤ 10 соединяем 3 и 10 столбцы.

Для ограничения x14 ≤ 10 соединяем 4 и 11 столбцы.

Для ограничения x16 ≤ 7 соединяем 6 и 12 столбцы.

Для ограничения x21 ≤ 9 соединяем 1 и 13 столбцы.

Для ограничения x22 ≤ 12 соединяем 2 и 14 столбцы.

Для ограничения x27 ≤ 10 соединяем 7 и 15 столбцы.

Для ограничения x58 ≤ 8 соединяем 8 и 16 столбцы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | B7 | B8 | B9 | B10 | B11 | B12 | B13 | B14 | B15 |
| A1 | 45[1] | 36[7] | 25[10] | 60 | 50 | 35 | 65[0] | 43[7] | 55 | M | M | M | 45[1] | 36[7] | 65 |
| A2 | 25[9] | 35 | 36[15] | 45[1] | 40 | 47[0] | 28[10] | 38[0] | 45 | 36[15] | 45 | 47 | M | M | M |
| A3 | 65[0] | 50[13] | 70[0] | 65[4] | 48[4] | 43[10] | 57[5] | 60[0] | 50 | 70 | 65 | 43[3] | 65 | 50[1] | 57[5] |
| A4 | 70[0] | 65[0] | 55[0] | 48[25] | 63 | 48[0] | 54[0] | 65[0] | 55 | 55 | 48[20] | 48 | 70 | 65 | 54 |
| A5 | 85[0] | 70[0] | 85[0] | 90[0] | 58[6] | 63[0] | 78[0] | 34[8] | 48[15] | 85 | 90 | 63 | 85 | 70 | 78 |

F(x) = 45∙1 + 36∙7 + 25∙10 + 43∙7 + 25∙9 + 36∙15 + 45∙1 + 28∙10 + 50∙13 + 65∙4 + 48∙4 + 43∙10 + 57∙5 + 48∙25 + 58∙6 + 34∙8 + 48∙15 = 6295

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Транспортная задача с ограничениями на пропускную способность](https://math.semestr.ru/transp/bandwidth.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Универсальная транспортная задача](https://math.semestr.ru/transp/doxod.php)

[Решение задачи коммивояжера](https://math.semestr.ru/kom/index.php)

[Решение задачи о назначениях](https://math.semestr.ru/nazn/index.php)

[Расчет сетевого графика](https://math.semestr.ru/setm/index.php)